

DEVOIR A LA MAISON - TS

Attention ! Ce devoir constitue l'introduction d'un futur chapitre. Il doit faire l'objet d'une réflexion individuelle

Exercice 1 :

Nous disposons des données statistiques suivantes :

Thème	Population
Sous-thème	Évolution et structure de la population
	POP1A - Population par âge regroupé en 2011
	Commune de Paris
	© Insee
Population totale par âge regroupé	
	Effectif
Moins de 3 ans	73946
3 à 5 ans	65679
6 à 10 ans	103810
11 à 17 ans	140886
18 à 24 ans	244026
25 à 39 ans	598565
40 à 54 ans	435966
55 à 64 ans	257600
65 à 79 ans	222118
80 ans ou plus	107378
Ensemble	2249974

Source : Insee, RP2011 exploitation principale.

1. Quelle est la population étudiée ? Le caractère étudié ? Ce caractère est-il qualitatif ou quantitatif ? Discret ou continu ?

2. A l'aide du tableau ci-dessus, compléter le tableau de fréquences suivant (en arrondissant à 10^{-2} près) :

Tranche d'âge	[0; 3[[3; 6[[6; 11[[11; 18[[18; 25[[25; 40[[40; 55[[55; 65[[65; 80[[80; 105[
Fréquence										

Nous voulons représenter graphiquement ces données à l'aide d'un histogramme de fréquences. Nous allons d'abord faire quelques commentaires et utiliser une analogie avec la géographie.

En 2005, Monaco avait 32 543 habitants et la Japon 127 417 244 (source : Institut nationale d'études démographiques). Bien sûr, les démographes diront que ces renseignements sont très largement insuffisants pour comparer la démographie des deux pays : il faut au minimum s'intéresser aux superficies de ces deux pays et calculer pour chacun la densité de population, c'est-à-dire le nombre d'habitants au kilomètre carré. Avec une superficie de 2,02 km² pour Monaco et de 378 000km² pour le Japon, les densités sont respectivement $d_1 = \frac{32\,543}{2,02} = 16\,110,40h/km^2$ pour Monaco et $d_2 = \frac{127\,417\,244}{378\,000} = 337h/km^2$ pour le Japon. Autrement dit, alors que la population de Monaco est la moins importante en taille, sa densité est plus importante que celle du Japon.

Ainsi, une représentation pertinente des populations de Monaco et du Japon doit rendre visible cette différence de densité. De même dans notre exemple, il n'est pas pertinent de représenter de la même façon la fréquence égale à 0,05 de la tranche d'âge [6;11[et de la tranche d'âge [80;105[. Ces deux classes d'âge ont la même fréquence mais l'amplitude de la première classe est inférieure à celle de la seconde, on pressent que la densité de la première classe est supérieure à celle de la seconde. Par analogie avec la densité de population utilisée en géographie, on calculera le quotient de la fréquence d'une classe d'âge par l'amplitude de cette classe, et on parlera de densité de fréquence.

Dans notre exemple, la densité de fréquence pour la tranche d'âge [6;11[est $\frac{0,05}{5} = 0,01$ et la densité pour la tranche d'âge [80;105[est $\frac{0,05}{25} = 0,002$.

Comme perçue, la densité de fréquence de la première tranche d'âge est plus grande que la densité de fréquence de la seconde tranche d'âge. La représentation graphique doit rendre visible ce phénomène.

Définitions

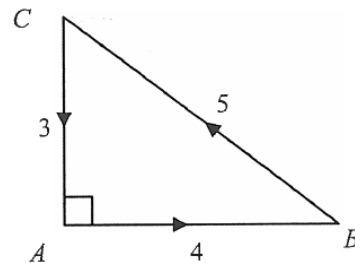
- Un **histogramme de fréquences** est un diagramme composé de rectangles collés dont les **aires sont proportionnelles aux fréquences** et dont les bases sont déterminées par les intervalles des classes.
- Dans le cas d'une variable quantitative continue, on définit la **densité** de fréquence d_i d'une classe de fréquence f_i et d'amplitude a_i par : $d_i = f_i/a_i$.

Rappel : L'amplitude a_i de la classe $[x_i; x_{i+1}[$ est le nombre $a_i = x_{i+1} - x_i$.

3. a) Compléter l'histogramme de fréquences de la répartition de la population parisienne en 2011 par âge (sur la feuille annexe). L'aire d'un carreau correspond à une fréquence de 0,002.
b) Montrer que, dans un histogramme de fréquences, les hauteurs des rectangles sont proportionnelles à la densité. Ainsi une classe de densité plus forte est représentée par un rectangle plus haut. Que peut-on porter sur l'axe des ordonnées ? Graduer cet axe.
4. a) Dans quelle tranche d'âge la densité est-elle la plus importante ? A l'aide de vos connaissances en géographie, pouvez-vous justifier votre réponse ?
b) Dans un histogramme, si un rectangle est plus haut qu'un autre, peut-on affirmer que la fréquence associée est la plus grande ?

Exercice 2 :

Un point mobile M se déplace à vitesse constante sur le « pourtour » d'un triangle, toujours dans le même sens (indiqué par la flèche). On suppose qu'il démarre au point C. Une panne se produit subitement et aléatoirement et le point mobile s'arrête instantanément.

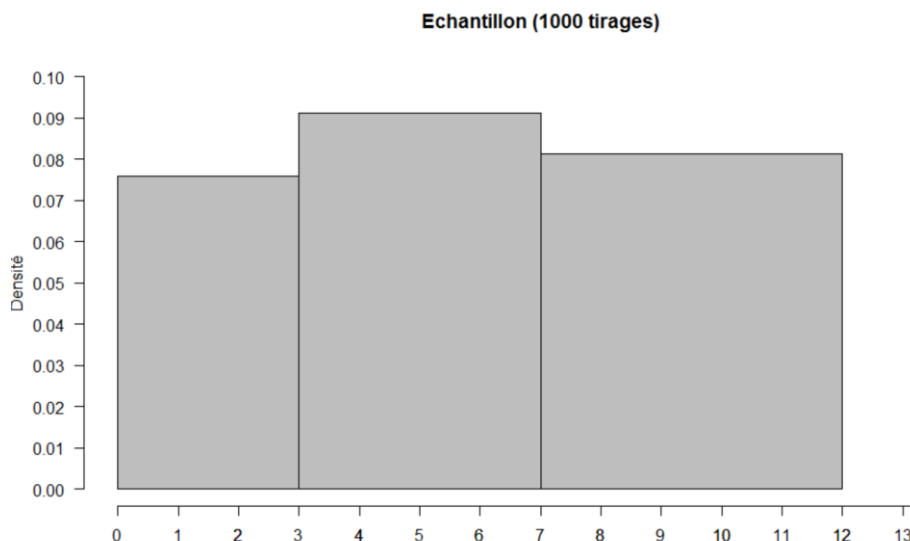


Partie A : Conjectures

1. Quelle conjecture faites-vous sur la probabilité p_1 que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse ?
2. Quelle conjecture faites-vous sur la probabilité p_2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit ?
Étayer votre conjecture sur des arguments raisonnés.

Partie B : Simulations

On peut remarquer que cette situation se ramène à l'expérience aléatoire qui consiste à choisir au hasard un nombre réel dans l'intervalle $[0 ; 12]$. A l'aide d'un tableur, on a simulé le tirage de 1000 nombres réels dans l'intervalle $[0 ; 12]$. Voici l'histogramme de fréquences obtenues :

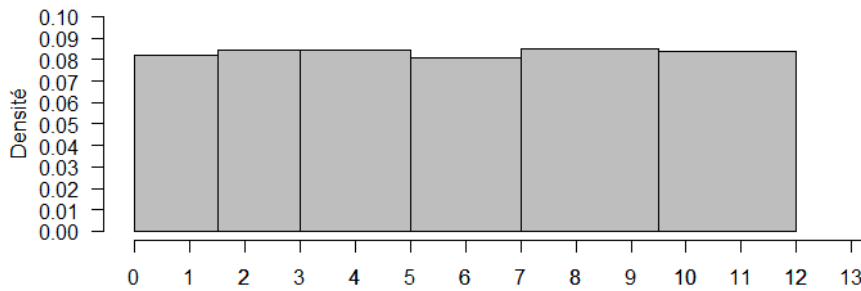


1. Pouvez-vous évaluer la probabilité que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse ? Vous détaillerez votre méthode et ferez figurer sur le dessin tout élément utile à la réponse.
2. Pouvez-vous évaluer la probabilité que le point mobile au sommet de l'angle droit ? Expliquez votre réponse.

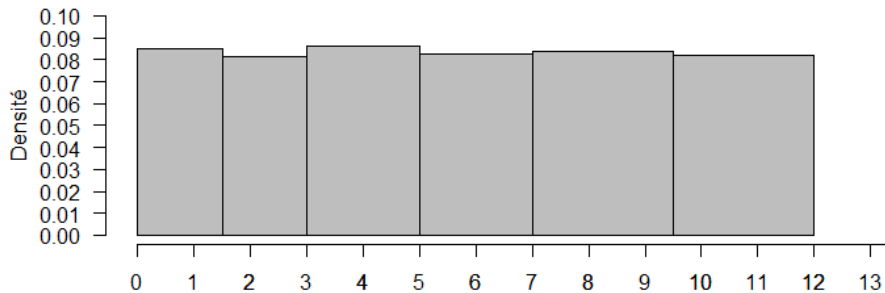
Partie C : Calculs théoriques

On a ensuite simulé, plusieurs fois, le tirage de 5 000 nombres réels dans l'intervalle $[0 ; 12]$. Voici plusieurs histogrammes obtenus :

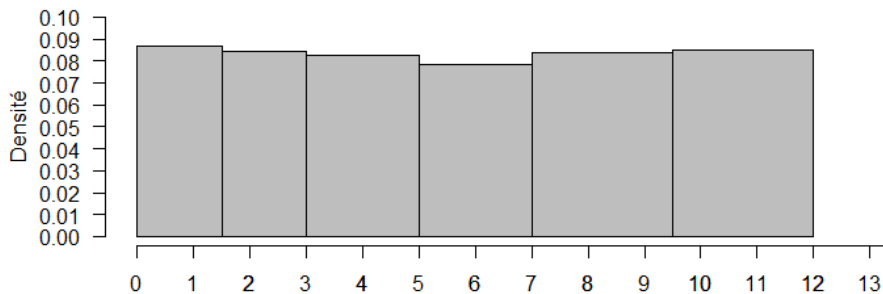
Echantillon 1 (5000 tirages)



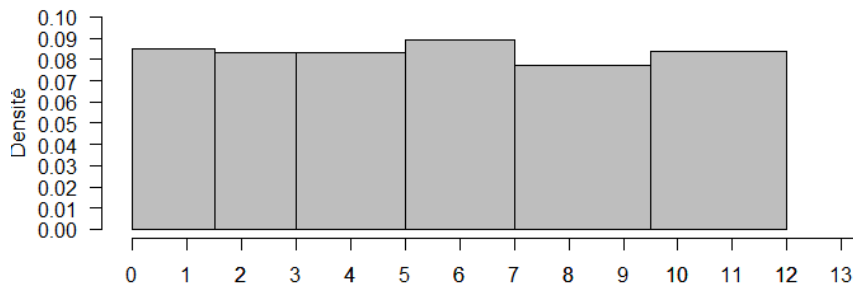
Echantillon 2 (5000 tirages)



Echantillon 3 (5000 tirages)



Echantillon 4 (5000 tirages)



1. Les histogrammes ci-dessus sont différents tout en ayant la même allure. Justifier pourquoi.
2. Malgré ces différences, il semble y avoir une « courbe de tendance », c'est-à-dire une courbe qui « lisse » les histogrammes (**la même** pour les quatre). Tracer au jugé cette courbe, en vert, sur chacun des histogrammes ci-dessus.
3. On souhaite déterminer l'équation de cette courbe. Que doit valoir l'aire sous cette courbe ? En déduire l'équation de cette courbe. Tracer **sur votre copie** cette courbe.
4. Calculer, à l'aide de la courbe tracée sur votre copie, la probabilité p_1 que le point mobile s'arrête sur l'hypoténuse. Vous détaillerez votre méthode et ferez figurer sur le dessin tout élément utile à la réponse.
5. Calculer, à l'aide de cette courbe tracée sur votre copie, la probabilité p_2 que le point mobile s'arrête au sommet de l'angle droit. Cette réponse est-elle en cohérence avec votre conjecture de la partie A, question 2 ?

FEUILLE ANNEXE – Exercice 1 – 3.a)

Tranche d'âge	[0; 3[[3; 6[[6; 11[[11; 18[[18; 25[[25; 40[[40; 55[[55; 65[[65; 80[[80; 105[
Fréquence										

