

531-2 Au purgatoire des échecs

On note les cases de l'échiquier de façon suivante :

X W E
P T S
V U R

1) Probabilité d'aller au Paradis

Pour chaque case on utilise sa lettre pour noter la probabilité d'aller au Paradis à partir de cette case.

On obtient les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \frac{S}{3} + \frac{T}{3} + \frac{U}{3} \\ S = \frac{R}{5} + \frac{T}{5} + \frac{U}{5} + \frac{W}{5} \\ T = \frac{R}{8} + \frac{S}{8} + \frac{U}{8} + \frac{V}{8} + \frac{W}{8} + \frac{X}{8} + \frac{1}{8} \\ U = \frac{R}{5} + \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{V}{5} + \frac{1}{5} \\ V = \frac{T}{3} + \frac{U}{3} + \frac{1}{3} \\ W = \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{X}{5} + \frac{1}{5} \\ X = \frac{T}{3} + \frac{W}{3} + \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

En résolvant le système, on trouve : $R = \frac{245}{412} \approx 0,59466$

2) Probabilité d'aller en Enfer

Pour chaque case on utilise sa lettre pour noter la probabilité d'aller en Enfer à partir de cette case.

On obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} R = \frac{S}{3} + \frac{T}{3} + \frac{U}{3} \\ S = \frac{R}{5} + \frac{T}{5} + \frac{U}{5} + \frac{W}{5} + \frac{1}{5} \\ T = \frac{R}{8} + \frac{S}{8} + \frac{U}{8} + \frac{V}{8} + \frac{W}{8} + \frac{X}{8} + \frac{1}{8} \\ U = \frac{R}{5} + \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{V}{5} \\ V = \frac{T}{3} + \frac{U}{3} \\ W = \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{X}{5} + \frac{1}{5} \\ X = \frac{T}{3} + \frac{W}{3} \end{cases}$$

En résolvant le système, on trouve : $R = \frac{167}{412} \approx 0,40534$

3) Durée de l'errance

Les probabilités d'aller au Paradis et d'aller en Enfer ont pour somme 1.

La durée de l'errance est donc finie, avec probabilité 1.

Pour chaque case on utilise sa lettre pour noter la durée moyenne de l'errance à partir de cette case. On obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} R = 1 + \frac{S}{3} + \frac{T}{3} + \frac{U}{3} \\ S = 1 + \frac{R}{5} + \frac{T}{5} + \frac{U}{5} + \frac{W}{5} \\ T = 1 + \frac{R}{8} + \frac{S}{8} + \frac{U}{8} + \frac{V}{8} + \frac{W}{8} + \frac{X}{8} \\ U = 1 + \frac{R}{5} + \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{V}{5} \\ V = 1 + \frac{T}{3} + \frac{U}{3} \\ W = 1 + \frac{S}{5} + \frac{T}{5} + \frac{X}{5} \\ X = 1 + \frac{T}{3} + \frac{W}{3} \end{cases}$$

En résolvant le système, on trouve : $R = \frac{14623}{2678} \approx 5,46042$