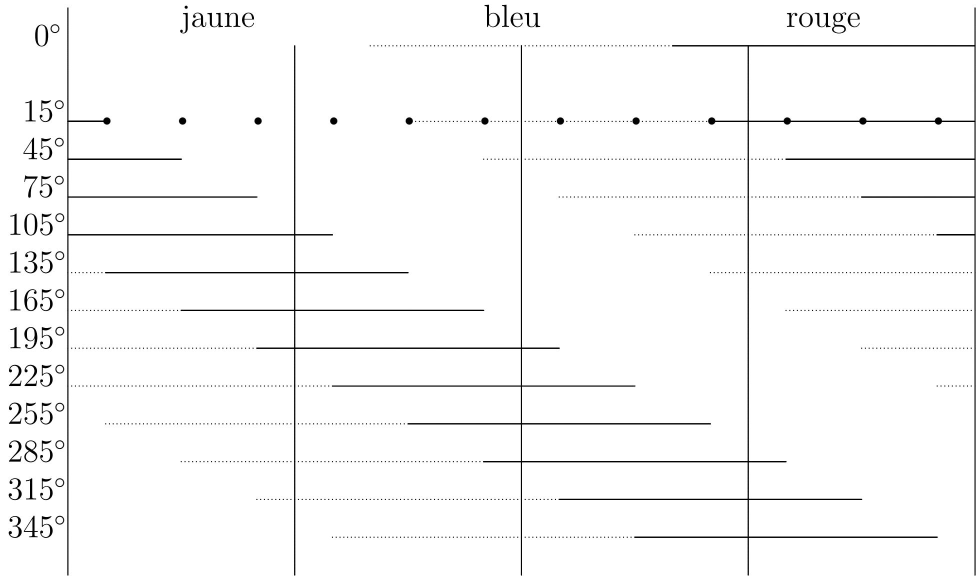
537-1 Mélangeur de couleurs.

On cherche la probabilité pour que le ton final soit dominé par le rouge ; le verbe dominer inclut le mot égalité.

On fait tourner une des deux palettes dans le sens direct par tranches de 30° ; nous avons représenté (en lignes!) l'état de la palette lorsque l'angle de rotation est égal à $15° + (i-1)30°, i = 1, \ldots, 12$.



Lorsque l'angle de rotation φ varie dans un intervalle de la forme $[30°i, 30°i+30°[$, on constate que la sous-palette reste entièrement

$$\text{rouge si } 0° \leq \varphi < 30°, \quad \text{bleue si } 120° \leq \varphi < 150° \quad \text{et jaune si } 240° \leq \varphi < 270°;$$

dans tous les autres cas, il y a au moins 2 couleurs dans la sous-palette et la proportion des couleurs varie quand φ varie.

On tourne chacune des 2 palettes au hasard, d'un angle de rotation θ pour la première et ω pour la deuxième. Il y a alors 144 évènements qui s'excluent mutuellement :

$$30°(j-1) \leq \theta < 30°j, \; 1 \leq j \leq 12 \quad \text{et} \quad 30°(k-1) \leq \omega < 30°k, \; 1 \leq k \leq 12.$$

Il y a alors 2 cas :

(i) $\theta, \omega \in [0°, 30°[\cup [120°, 150°[\cup [240°, 270°[$, ce qui fait 9 évènements ; on a alors le tableau suivant pour le mélange des deux palettes

ω \ θ	$[0°, 30°[$	$[120°, 150°[$	$[240°, 270°[$
$[0°, 30°[$	rouge + rouge	rouge + bleu	rouge + jaune
$[120°, 150°[$	bleu + rouge	bleu + bleu	bleu + jaune
$[240°, 270°[$	jaune + rouge	jaune + bleu	jaune + jaune

La probabilite pour que le ton final soit dominé par le rouge est donc égale à $\dfrac{5}{144}$.

(ii) Dans chacun des 135 autres évènements, il y a donc au moins 2 couleurs dans le mélange des 2 sous-palettes et la proportion des couleurs varie quand θ et ω varient dans leur intervalle. Il peut y avoir égalité entre les proportions de deux couleurs, mais de façon ponctuelle et donc considérée comme de probabilité nulle.

Puisque, sur les palettes, les couleurs jaune, bleu et rouge sont réparties de manière identique, il y a égalité des probabilités pour qu'une des trois couleurs domine et donc la probabilité pour que le ton final soit dominé par le rouge est donc égale à $\dfrac{45}{144}$.

Les deux évennements **(i)** et **(ii)** sont indépendants, et donc la probabilité pour que le ton final soit dominé par le rouge est donc égale à

$$\frac{5}{144} + \frac{45}{144} = \frac{50}{144} = \frac{25}{72} \approx 0.347222.$$

Marie-Nicole Gras