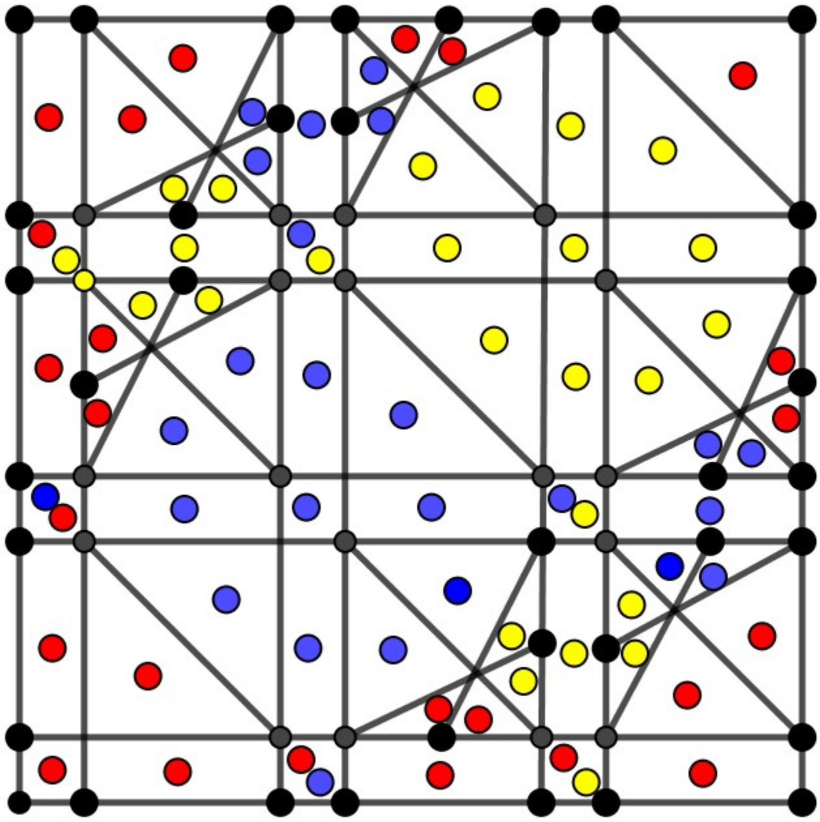
537-1 Mélangeur de couleurs



1) Avec une seule palette

On prend comme unité d'angle le quart de tour.

Pour un angle de rotation α, soient $R(\alpha)$, $B(\alpha)$, $J(\alpha)$ les proportions de rouge, bleu, jaune.

Si $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{3}$:	$R(\alpha) = 1$	$B(\alpha) = 0$	$J(\alpha) = 0$
Si $\frac{1}{3} \leq \alpha \leq \frac{4}{3}$:	$R(\alpha) = \frac{4}{3} - \alpha$	$B(\alpha) = \alpha - \frac{1}{3}$	$J(\alpha) = 0$
Si $\frac{4}{3} \leq \alpha \leq \frac{5}{3}$:	$R(\alpha) = 0$	$B(\alpha) = 1$	$J(\alpha) = 0$
Si $\frac{5}{3} \leq \alpha \leq \frac{8}{3}$:	$R(\alpha) = 0$	$B(\alpha) = \frac{8}{3} - \alpha$	$J(\alpha) = \alpha - \frac{5}{3}$
Si $\frac{8}{3} \leq \alpha \leq 3$:	$R(\alpha) = 0$	$B(\alpha) = 0$	$J(\alpha) = 1$
Si $3 \leq \alpha \leq 4$:	$R(\alpha) = \alpha - 3$	$B(\alpha) = 0$	$J(\alpha) = 4 - \alpha$

2) Avec les deux palettes

Soient α et β les angles de rotation des deux palettes.

Les couples (α, β) forment le carré $[0,\ 4]\text{x}[0,\ 4]$ représenté sur la figure ci-dessus

Les points de couleurs à l'intérieur des régions du carré donnent la couleur dominante.

Dans le carré $\left[0,\ \frac{1}{3}\right]\text{x}\left[0,\ \frac{1}{3}\right]$, la couleur rouge est strictement dominante.

Dans le rectangle $\left[\frac{4}{3},\ \frac{5}{3}\right]\text{x}\left[0,\ \frac{1}{3}\right]$, le rouge est dominant au sens large, à égalité avec le bleu.

Dans le carré $\left[\frac{1}{3},\ \frac{4}{3}\right]\text{x}\left[\frac{1}{3},\ \frac{4}{3}\right]$, le rouge est dominant si $R(\alpha)+R(\beta)\geq B(\alpha)+B(\beta)$ c'est-à-dire si $\alpha+\beta\leq\frac{5}{3}$, sinon c'est le bleu qui est dominant.

Dans le carré $\left[\frac{5}{3},\ \frac{4}{3}\right]\text{x}\left[\frac{1}{3},\ \frac{4}{3}\right]$: $\begin{cases} R(\alpha)+R(\beta)=\frac{4}{3}-\beta \\ B(\alpha)+B(\beta)=\frac{7}{3}-\alpha+\beta \\ J(\alpha)+J(\beta)=\alpha-\frac{5}{3} \end{cases}$

Le rouge est dominant si : $\begin{cases} \alpha+\beta\leq 3 \\ \alpha-2\beta\geq 1 \end{cases}$

Le bleu est dominant si : $\begin{cases} 2\alpha-\beta\leq 4 \\ \alpha-2\beta\leq 1 \end{cases}$

Le jaune est dominant si : $\begin{cases} \alpha+\beta\geq 3 \\ 2\alpha-\beta\geq 4 \end{cases}$

On complète de même les autres régions par symétrie

Il n'est pas nécessaire de calculer les aires de toutes les régions

On considère les événements suivants :

- R : «La proportion de rouge est strictement plus grande que celles des deux autres couleurs »
- J : « La proportion de jaune est strictement plus grande que celles des deux autres couleurs »
- B : « La proportion de bleu est strictement plus grande que celles des deux autres couleurs »
- RB : « Le rouge et le bleu sont dominants ex aequo »
- BJ : « Le bleu et le jaune sont dominants ex aequo »
- JR : « Le jaune et le rouge sont dominants ex aequo »

Alors :
$$\begin{cases} p(R)+p(B)+p(J)+p(RB)+p(BJ)+p(JR)=1 \\ p(R)=p(B)=p(J) \\ p(RB)=p(BJ)=p(JR)=2\cdot\dfrac{1}{9}\cdot\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{72} \end{cases}$$

Donc la probabilité que le rouge soit strictement dominant est : $p(R)=\dfrac{23}{72}$

Et la probabilité que le rouge soit dominant au sens large est : $p(R)+p(RB)+p(JR)=\dfrac{25}{72}$