

APMEP Pb n°539-3 MB

Une suite récurrente est définie par  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = x$ ,  $a_2 = y$ , et  $a_{n+3} = a_n - a_{n+1}$ .

Choisir un couple  $(x;y)$  pour que tous les termes de la suite soient strictement positifs.

En posant  $a_n = r^n$  on trouve l'équation  $r^3 + r - 1 = 0$  qui admet deux racines complexes conjuguées de module supérieur à un, et une racine réelle  $r = [\sqrt{93/18 + 1/2}]^{1/3} - [\sqrt{93/18 - 1/2}]^{1/3}$  dont une valeur approchée est 0,682327.

En choisissant  $(a_1, a_2) = (r, r^2)$  il vient, pour tout  $n$  entier naturel,  $a_n = r^n$ . C'est une suite géométrique à termes strictement positifs, décroissante vers zéro.