



Problème 539-1 : Une table de bureau originale
Alain Bougeard (93260 Les Lilas)

C'est en voulant faire une construction "exacte" à la règle et au compas (ie. avec GeoGebra) que cette solution presque sans calcul m'est apparue...

Soit c la longueur commune à $[AB]$, $[CD]$ et $[EA]$.

CONSTRUCTION DE LA FIGURE :

- 1) Soit $A = (0, -c/2)$ centre du cercle C_1 de rayon c , qui coupe l'axe des x en B et E ce qui entraîne $BE = c\sqrt{3}$. Le triangle isocèle ABE a bien pour angle $\widehat{BAE} = 120^\circ$ et 30° pour les deux autres.
- 2) Le point S est l'intersection des droites perpendiculaires en B (resp E) à (AB) (resp (AE)). Le triangle EBS est équilatéral de côté $c\sqrt{3}$.
- 3) Le cercle C_2 de centre S de rayon c coupe (SB) et (SE) en C et D et donc le triangle CSD est équilatéral de côté c .

CALCUL DE L'AIRES DU PENTAGONE ABCDE.

- 1) C'est la somme des aires du triangle ABE et du trapèze $BCDE$.
- 2) Les triangles ABE et CSD ont la même aire car formés chacun des deux mêmes triangles rectangles d'hypoténuse de longueur c et de plus petit côté de longueur $c/2$.
- 3) Donc finalement l'aire du pentagone est égale à l'aire du triangle équilatéral EBS de côté $c\sqrt{3}$ qui vaut $\frac{1}{2} c\sqrt{3} \frac{(c\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4} c^2 \approx \boxed{4676,537}$ pour $c=60$