§30.1. Une taille de niveau supérieur

Calculons l'aire du demi
losange représenté ci-contre
AC = 2r : on donne AC = 4√15

DO = (2r − 4) tg 45° = 60(√2 − 1)

Pythagore dans ADE puis
dans ABE successivement :

$$\begin{aligned} AE^2 &= AD^2 - ED^2 = AB^2 + BE^2 - ED^2 \\ &= 4^2 + 60(\sqrt{2}-1)^2 - 30^2 \\ &= 4 \times 30^2 \left[4 + (\sqrt{2}-1)^2\right] - 30^2 \\ &= 30^2 (19 - 8\sqrt{2}) \end{aligned}$$

Or $19 - 8\sqrt{2} = (4 - \sqrt{2})^2$ donc $AE = 30(4 - \sqrt{2})$

Alors $S_{ABD} = \frac{30^2(2-\sqrt{2})}{2}$

et $S_{BDE} = \frac{60^2(\sqrt{2}-1)}{2}$

L'aire du losange entier est donc $S = 30^2(4-\sqrt{2})$ hectares

soit $\boxed{S = 3 \times 30^2 \times \sqrt{2}}$