

540-2 Une double représentation

On note :
$$\begin{cases} a = q - p \\ b = r - q \end{cases}$$

L'égalité $A = B$ s'écrit : $a \cdot b \cdot (a + b) + 1 = 8p + 5a$ (1)

Le seul nombre premier pair est 2

Donc q et r sont impairs et b est pair.

L'égalité (1) implique alors que a est impair et donc que p est égal à 2.

L'égalité (1) devient : $a \cdot b \cdot (a + b) = 5a + 15$

On en déduit que le nombre a divise 15.

Quatre cas sont possibles pour a :

Cas $a = 1$

L'égalité (1) devient : $b \cdot (b + 1) = 20$

Donc $b = 4$, $q = 3$, $r = 7$

Mais alors $A = B = 21$ et 21 n'est pas premier.

Il n'y a donc pas de solution dans ce cas

Cas $a = 3$

L'égalité (1) devient : $b \cdot (b + 3) = 10$

Donc $b = 2$, $q = 5$, $r = 7$

Et $A = B = 31$ est bien un nombre premier

Cas $a = 5$

L'égalité (1) devient : $b \cdot (b + 5) = 8$

Il n'y a pas de solution pour b .

Cas $a = 15$

L'égalité (1) devient : $b \cdot (b + 15) = 6$

Il n'y a pas de solution pour b .

Finalement le cas $a = 3$ fournit l'unique solution : $p = 2$, $q = 5$, $r = 7$