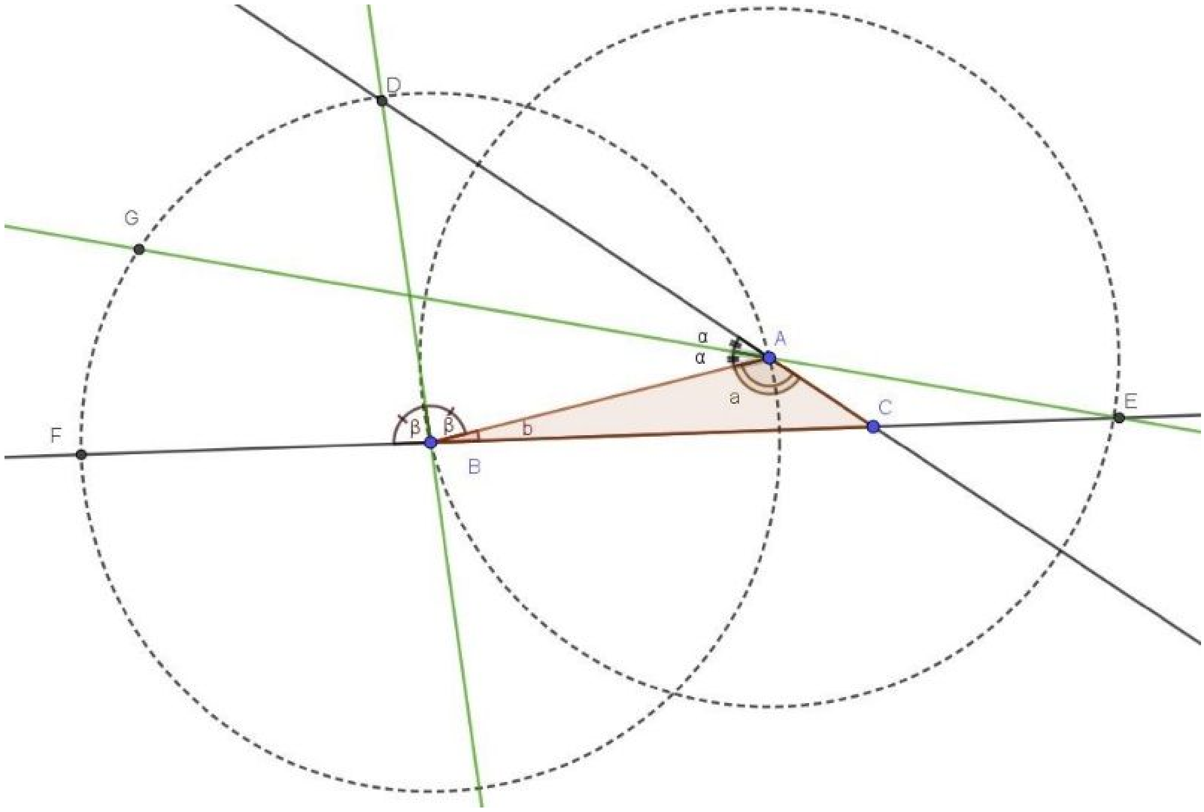
Solution des 542-1 : Le triangle de Bottema

Même si l'on prétend que la géométrie est l'art de raisonner juste sur une figure fausse, je préfère le faire sur une figure à peu près exacte. Heureusement GeoGebra est là…

Le calcul de la mesure des angles $\widehat{B}$=b et $\widehat{A}$ =a est alors très facile puisque :



Dans le triangle isocèle ABD nous avons :

β+2(2α) = (π-b)/2+2(π-a) = 5π/2-2a-b/2 = π c'est-à-dire 4a+b = 3π (1)

Et dans le triangle isocèle BAE :

2b + a + α = 2b + a + (π-a)/2 = π/2 + 2b + a + π/2 = π c'est-à-dire 4b+a= π (2)

La résolution de système formé par (1) et (2) est alors a=11 π /15 (132°) et b = π/15 (12°))

Solution : $\widehat{B}$= π/15 et $\widehat{A}$ =11 π/15 (donc $\hat{C}$= π /5 le triple de $\widehat{B}$)

Remarque : Même si cela n'a plus grand intérêt pratique aujourd'hui, il est satisfaisant de savoir que l'on peut construire ce triangle à la règle et au compas (à une homothétie près) car π/15 =2 π/30 et nous savons que le polygone régulier à 30 côtés est constructible puisque 30=2x3x5 ce qui satisfait au théorème de Gauss-Wantzel avec 3 et 5 les deux premiers nombres de Fermat.