

541-4 Une curiosité algébrique

$$x + y + z + \frac{1}{xyz} = xyz + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

$$xyz \cdot (x + y + z) + 1 = x^2 y^2 z^2 + yz + z + x + xy$$

$$(yz - 1) \cdot (yz \cdot x^2 - (y + z) \cdot x + 1) = 0$$

Donc : $yz = 1$ ou $yz \cdot x^2 - (y + z) \cdot x + 1 = 0$

Dans le deuxième cas, le discriminant du polynôme du second degré en est : $\Delta = (y - z)^2$

Les racines du polynôme sont : $x = \frac{1}{y}$ ou $x = \frac{1}{z}$

En conclusion, l'équation est satisfaite si et seulement si deux des trois inconnues sont inverses l'une de l'autre.