

Voici l'énoncé

J'ai décidé de faire deviner l'âge de mes enfants à mes élèves en leur précisant qu'ils avaient entre 2 et 20 ans. J'ai écrit sur un bout de papier la somme des deux âges et sur un autre leur produit. J'ai donné au hasard un papier à Sophie et l'autre à Germain.

Sophie : en tout cas, je suis sûre que j'ai la somme

Germain : merci pour le renseignement, mais j'hésite quand même entre plusieurs solutions

Sophie : dans ce cas, moi je la connais

Germain : alors moi aussi

Et vous ?

Voici la solution que je propose

Sophie est sûre d'avoir la somme : c'est donc un nombre premier compris entre 5 et 39, soit 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 39.

Pour savoir pourquoi Germain hésite entre plusieurs solutions, calculons les valeurs possibles du produit pour chacune de ces valeurs de la somme.

Par exemple, pour 11 on trouve $11 = 2+9$ et $2*9 = 18$; $11 = 3+8$ et $3*8 = 24$; $11 = 4+7$ et $4*7 = 28$; $11 = 5+6$ et $5*6 = 30$

On obtient le tableau ci-dessous :

Somme	Produits									
5	8	15								
7	10	12								
11	18	24	28	30						
13	22	30	36	40	42					
17	30	42	52	60	66	70	72			
19	34	48	60	70	78	84	88	90		
23	60	76	90	102	112	120	126	130	132	
29	180	190	198	204	208	210				
31	220	228	234	238	240					
37	340	342								

Si Germain hésite encore, c'est que le nombre marqué sur son papier apparaît plusieurs fois dans le tableau. Si c'était 52, par exemple, il saurait que la somme vaut 17 et que les deux nombres sont 4 et 13.

Les produits possibles sont donc les nombres à occurrence multiple (en couleur dans le tableau) : 30, 42, 60, 70 et 90 ; et les sommes possibles : 11, 13, 17, 19 et 23.

Si Sophie peut alors conclure c'est que la somme figurant sur son papier est 11 et que le produit est 30. Si elle avait 13, 17, 19 ou 23, il y aurait respectivement 2, 4, 3 et 2 solutions possibles.

Quant à Germain, c'est donc 30 qui est inscrit sur son papier et il pouvait encore hésiter entre 11, 13 et 17 pour la somme. Mais puisque Sophie a pu conclure c'est que c'est 11.

La réponse est donc 5 et 6. Bravo à vous deux Sophie, Germain.