

544-3 Un hexagone inscrit

Question 1

Soit O le centre du cercle.

Le théorème de l'angle inscrit implique : $\left(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}\right) \equiv 2 \cdot \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) \equiv -\frac{4\pi}{3} \equiv \frac{2\pi}{3} \pmod{2\pi}$

De même : $\left(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OE}\right) \equiv \frac{2\pi}{3} \pmod{2\pi}$

La rotation r, de centre O, d'angle $\frac{2\pi}{3}$, transforme A en C et C en E et E en A

Le triangle ACE est donc le triangle équilatéral direct inscrit, construit à partir de A.

Question 2

La rotation r transforme aussi B en D et D en F et F en B.

Donc : $BC = DE = FA$

Question 3

Toujours à l'aide de la rotation r, on obtient :

$$\left(\overrightarrow{FE}, \overrightarrow{FA}\right) \equiv \left(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DE}\right) \equiv \left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}\right) \equiv -\frac{2\pi}{3} \pmod{2\pi}$$

$$\left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \left(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF}\right) \equiv \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}\right) \equiv -\frac{2\pi}{3} \pmod{2\pi}$$