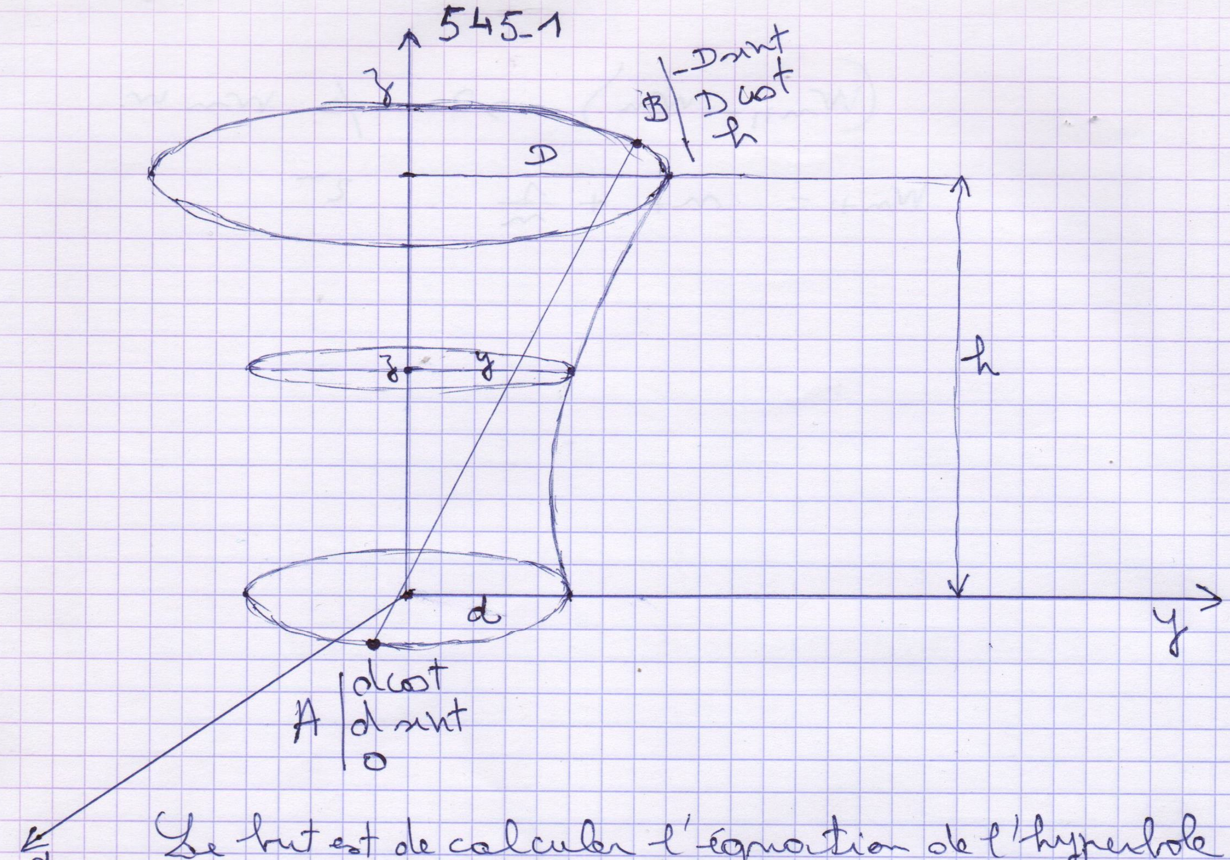
545-1



Le but est de calculer l'équation de l'hyperbole intersection de l'hyperboloïde et du plan (yOz), le volume sera alors $V = \int_0^h \pi y^2 \, dz$.

Soit $A(d\cos t, d\sin t, 0)$ un point générique du petit cercle, le point tourné de $-90°$ du grand cercle est alors $B(-D\sin t, D\cos t, h)$.

$M(x, y, z)$ est sur l'hyperboloïde ssi $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ colinéaires soit il existe $\lambda \in \mathbb{R}$, $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$ en passant aux coordonnées :

$$\begin{cases} x - d\cos t = \lambda(d\cos t + D\sin t) \\ y - d\sin t = \lambda(d\sin t + D\cos t) \\ z - 0 = -\lambda h \end{cases}$$

L'élimination de λ et t entre ces trois équations fournit l'équation de l'hyperboloïde à savoir

$$D^2 z^2 + d^2 (z-h)^2 = h^2 (x^2 + y^2).$$