$\boxed{545\text{-}3}$

ABC le triangle donné d'aire S et A'B'C' le triangle équilatéral de même aire. ABC de base b et hauteur h, A'B'C' de côté a, on souhaite avoir

$$\frac{1}{2} b . h = \frac{1}{2} a \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \text{soit} \quad a = \frac{\sqrt{(3b)(2h\sqrt{3})}}{3}.$$

Les longueurs b et h étant donné, il s'agit de construire a :

1) On met b et h en angle droit : $CA'' = h$
2) On place B'' tel que $B''C = 3b$
3) On ouvre un angle de $60°$ de sommet A'' : $CH = h\sqrt{3}$ que l'on double : $CH' = 2h\sqrt{3}$.
4) On trace le milieu de $B''H'$ et on trace le cercle de diamètre $B''H'$.
5) On élève la perpendiculaire à $B''H'$ en C, elle coupe le cercle en D : $CD = \sqrt{(3b)(2h\sqrt{3})}$.
6) On divise CD en trois parties égales à l'aide de la droite CX on obtient $A' = \frac{1}{3} CD$ et donc $CA' = a$. On termine le triangle équilatéral de côté a : $A'B'C'$ ($B' = C$).

Rq. : D'après un théorème classique (Möhr) on pourrait n'utiliser que le compas mais c'est bien plus compliqué...