***545-3***

Soit ABC le triangle de départ.

1, on trace par $B$ la parallèle (d1) à$AC$.

2, on trace par $A$ une droite (d2) faisant avec $AC$un angle de 60 degrés.

3, appelons $B'$ l'intersection de (d1) et (d2). Les triangles $ABC$ et $AB'C$ ont même aire, puisque même hauteur sur leur base commune $AC$.

4, le triangle $AB'C$ a en $A$ un angle de 60 degrés. Soient b et c les projections respectives de $B'$ et $C$ sur la bissectrice intérieure $AI$ de l'angle en $A$. L'aire de $ABC$, qui est aussi celle de $AB'C$., vaut :

$$S = \frac{1}{2}\,.AI.B'b + \frac{1}{2}\,.AI.Cc = AI.\frac{B'b + Cc}{2}$$

Pour construire à la règle et au compas un segment de longueur$\frac{B'b+Cc}{2}$, il suffit de compléter le trapèze $B'bCc$  ($B'b$ et $Cc$ sont parallèles), et de joindre les milieux $u, v$ de ses côtés $B'c$ et $Cb$ .

5, il reste ensuite à reporter la longueur $uv$ sur une perpendiculaire à $AI$, pour pouvoir tracer une parallèle (d3) à $AI$ qui coupe $AC$ en un point $C'$. On construit enfin $B''$, symétrique de $C'$ par rapport à $AI$.

6, l'aire du triangle équilatéral $A'B'C'$ est égale à celle de $ABC$.