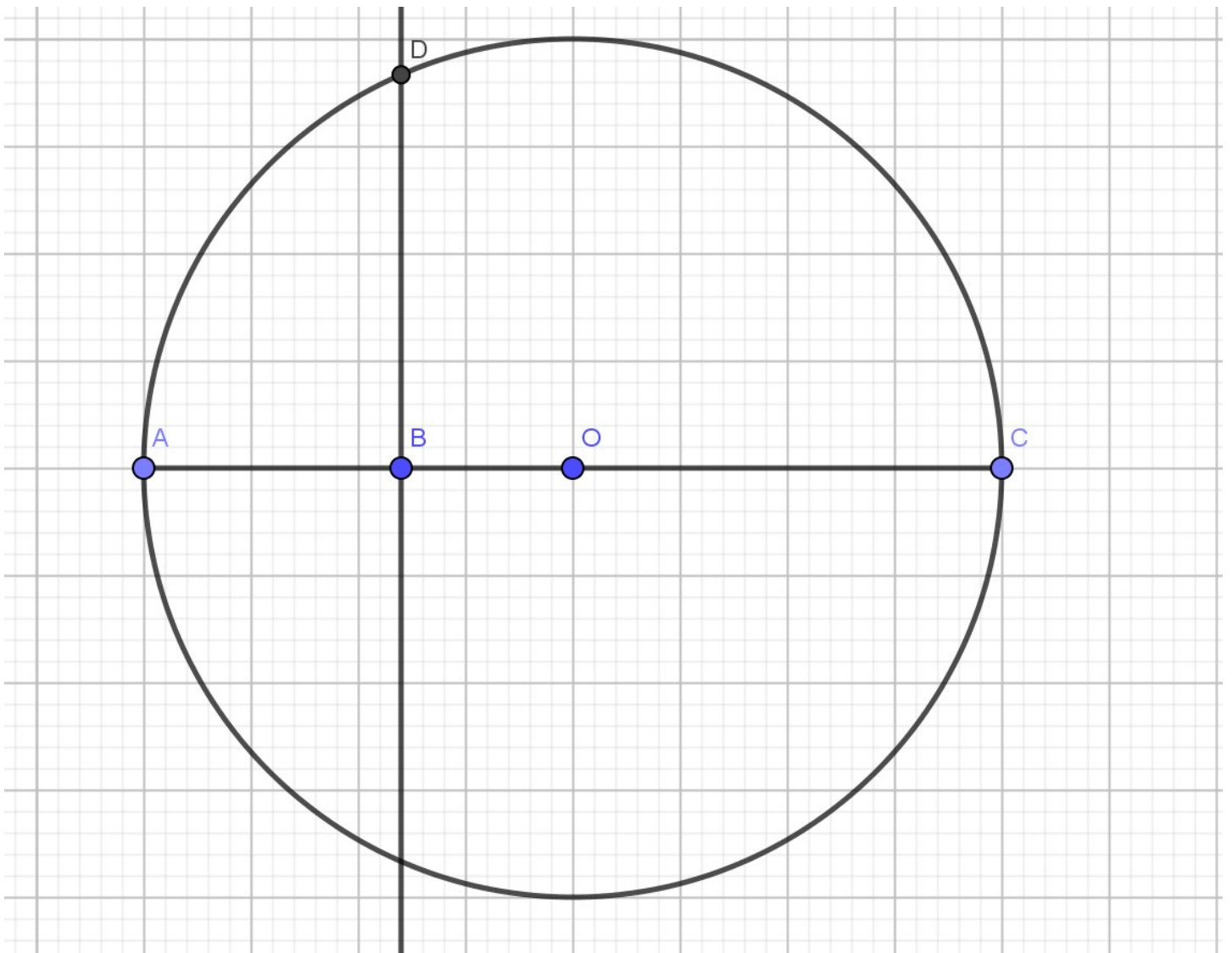


1) Rappel de construction de la moyenne géométrique

Pour obtenir la moyenne géométrique de deux longueurs x et y , on construit sur une droite les segments $[AB]$ et $[BC]$, de longueurs respectives x et y .

La perpendiculaire en B à la droite (AC) coupe le cercle de diamètre $[AC]$ en D et D' .

La longueur BD est alors la moyenne géométrique \sqrt{xy} de x et y



2) Retour au problème

Soit a la longueur BC .

Soit h la longueur de la hauteur issue de A , dans le triangle ABC .

Soit u le côté du triangle équilatéral de même aire S que le triangle ABC .

$$\text{Alors : } \quad 4 \cdot S = 2 \cdot ah = u^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{Donc : } \quad u^2 = \frac{4h}{3} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

On construit à la règle et au compas : $x = \frac{4h}{3}$

On construit : $y = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$, la hauteur du triangle équilatéral de côté a .

Enfin, on construit : $u = \sqrt{xy}$, la moyenne géométrique de x et y .