

Le bulletin de l'APMEP - N° 550

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2023

**Grandeurs**



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : [secretariat-apmep@orange.fr](mailto:secretariat-apmep@orange.fr) - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

**Au fil des maths**, c'est aussi une revue numérique augmentée :  
<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directrice de publication** : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

**Responsable coordinatrice de l'équipe** : Cécile KERBOUL.

**Rédacteurs** : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

**Illustrateurs** : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

**Équipe TeXnique** : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

**Maquette** : Olivier REBOUX.

**Correspondant Publimath** : François PÉTIARD.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Décembre 2023. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



# Estimer la mesure de longueurs à l'école élémentaire

*Dans cet article, Pascal Sirieix traite de l'estimation de la mesure de longueurs par les questions suivantes : quelles tâches d'estimation de la mesure propose-t-on réellement à nos élèves ? Peut-on envisager d'autres tâches plus pertinentes ? Comment aider les enseignants à enseigner l'estimation de la mesure ?*

Pascal Sirieix

Dans la vie courante, on estime une mesure lorsqu'on ne dispose pas d'instruments de mesure ou lorsqu'on n'a pas besoin d'une mesure exacte pour être compris. Dans certaines professions (agriculteur, menuisier), dans la vie quotidienne (adapter sa vitesse selon l'estimation de la distance de freinage) ou dans certains loisirs (tir à l'arc), savoir estimer la mesure d'une longueur est une compétence essentielle qui permet un gain de temps et une meilleure efficacité.

« Estimer » est, depuis 2015, l'un des trois verbes mis en avant dans les programmes. Il accompagne les verbes « comparer » et « mesurer » dans le sous-domaine « Grandeurs et Mesures ». Après avoir défini ce qu'est l'estimation de la mesure, nous dresserons un inventaire des tâches d'estimation de la mesure fréquemment proposées dans les classes pour déterminer s'il s'agit ou non de véritables tâches d'estimation de la mesure. Puis, nous envisagerons d'autres types de tâches d'estimation avant de proposer des pistes concrètes pour enseigner l'estimation de la mesure.

## Définition de l'estimation de la mesure

En appui sur les travaux de Pizarro, Gorgorio et Albarracin [1], nous définissons l'estimation d'une mesure par le fait d'attribuer à une grandeur une unité et une valeur numérique qui utilise des nombres les plus simples possibles (arrondis), de

façon perceptive (sans recours à un instrument) et en référence à une connaissance précédente (par exemple, parce que je sais que la taille d'un homme adulte est environ 1,80 m, j'estime que cette porte mesure 2,20 m de haut).

Cette « connaissance précédente » est appelée « référent » ou « référence ». Dans le document Éduscol *Grandeurs et mesures au cycle 3*, paru en 2016 [2], on évoque un « répertoire de références utiles pour estimer d'autres mesures ». Il y a ici une composante culturelle, des références que chacun doit connaître (un grand pas d'adulte mesure environ 1 m ; la taille moyenne d'un homme adulte est de 180 cm ; la hauteur d'une porte mesure environ 2,10 m...).

## Inventaire des tâches d'estimation de la mesure les plus fréquentes dans les classes

Pour répondre aux questions posées ci-dessus, nous avons tout d'abord inventorié et classé les tâches d'estimation de la mesure présentes dans quelques manuels ou dans les évaluations nationales.

Dans les exercices proposés aux élèves, il leur est généralement demandé :

- de choisir l'unité qui convient parmi plusieurs unités usuelles données (*Complète : un terrain de football mesure 100 : cm, m ou km ?*) ;



- de compléter avec la bonne unité (*L'épaisseur d'un livre est de 2 ...*);
- de choisir la mesure qui convient parmi plusieurs mesures données (*Un stylo a une longueur de 4 cm, 15 cm ou 80 cm ?*);
- d'associer une unité de mesure à une valeur de la mesure donnée. (*Écris l'unité de mesure qui convient pour la distance entre Paris et Marseille : 850 ...*);
- d'associer chaque objet à sa longueur. Notons qu'il est possible de réussir ce type d'exercice en ordonnant simplement les valeurs numériques.

Associe chaque élément à sa longueur.	
Un court de tennis •	• 100 m
Une piscine olympique •	• 23,77 m
Un terrain de football •	• 40 m
Un terrain de hand-ball •	• 50 m

Figure 1. Exemple d'exercice d'association.

Pour ces tâches les plus fréquemment relevées, on peut noter quelques variables :

- le nombre de propositions de réponses fournies, généralement entre 0 et 4;
- la présence ou non d'illustrations des « objets », sur lesquels les élèves doivent réfléchir. À noter que lorsque plusieurs représentations sont présentes, elles sont rarement à l'échelle;
- le caractère plus ou moins familier des « objets » sur lesquels les élèves doivent réfléchir et qui peut légitimer la présence d'illustration;
- la stabilité ou non de la valeur numérique tout au long de l'exercice. Notons que cette stabilité incite les élèves à donner davantage de sens aux unités usuelles et favorise l'intuition de ces unités (cf. l'exemple de la figure 2 ci-dessous).

Hélas, on trouve aussi des tâches ayant peu de sens compte tenu du fait qu'on peut exprimer la mesure d'une longueur dans plusieurs unités différentes, selon notre besoin de précision. Par exemple : *Indique l'unité de mesure de longueur qui convient pour mesurer la longueur d'une trousse (km, m, cm, mm).*

## Quelles autres tâches d'estimation de la mesure pourrait-on proposer à nos élèves ?

Suite à notre inventaire, nous constatons que les principales tâches proposées ne correspondent pas vraiment à notre définition de l'estimation de la mesure puisqu'à aucun moment on ne demande aux élèves d'attribuer une valeur numérique à une grandeur tout en leur demandant de préciser l'unité choisie, ce qui est pourtant ce que nous faisons dans la vie courante lorsqu'il s'agit d'estimer la mesure d'une longueur.

Pour élargir le champ des possibles, nous nous appuyons sur les travaux de Bright [3] qui a dressé une typologie des tâches d'estimation. Dans le tableau ci-après (cf. figure 3), nous reprenons et illustrons, par des exemples concrets de tâches que nous avons testées auprès d'élèves, les huit typologies de tâches identifiées par Bright. Elles sont classées en deux cas :

- les cas A où il s'agit d'estimer la mesure d'une grandeur d'un objet en utilisant une unité de mesure qui sert de référence;
- les cas B où il s'agit de déterminer de quel « objet » il s'agit lorsqu'on connaît la mesure d'une de ses grandeurs.

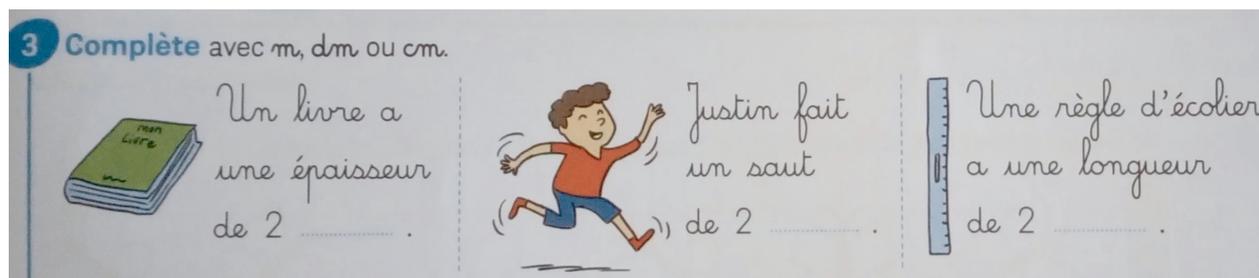


Figure 2. Extrait du manuel Pour comprendre les maths CE1 — Hachette (2016).



Cas	Objet présent		Objet absent	
	Unité présente	Unité absente	Unité présente	Unité absente
<b>A</b>	A1. Voici une règle d'un mètre. Sans l'utiliser, donne la mesure de la distance séparant les 2 plots jaunes.	A2. À combien de mètres de toi se situe ton camarade ?  Quelle est la hauteur de cette table ?  Estime en mètres la longueur du tableau.	A3. Voici une règle d'un mètre. Combien mesure la longueur d'un bus en mètres ?	A4. Combien mesure la hauteur d'une maison en mètres ?
<b>B</b>	B1. Voici une règle d'un mètre. Sans l'utiliser peux-tu dire lequel de ces cinq plots se situe à 3 mètres du plot vert ?	B2. Parmi ces cinq segments lequel mesure 20 centimètres de long ?  Voici un livre et une mesure : 20 cm. Cette mesure correspond-elle à sa longueur, sa largeur ou son épaisseur ?	B3. Voici une réglette de 20 cm. Ferme les yeux et cite un objet de la classe qui peut mesurer 20 cm de long (ou de haut).	B4. Montre-moi un écart de 80 centimètres entre tes deux mains.  Trace, à main levée, un segment de 15 cm de long.

Figure 3. Tableau illustré des typologies de tâches d'estimation selon Bright.

Comme nous pouvons le constater la présence (ou l'absence) de l'objet ou de l'unité de mesure choisie est importante dans cette typologie.

Pour connaître la diversité des tâches d'estimation proposées aux élèves, nous avons relevé dans cinq collections de manuels<sup>1</sup> du CP au CM2, parus en 2016 et 2017 (sauf *Euro Maths* CE2 et CM2 parus en 2009 et 2010), toutes les tâches d'estimation. Parmi celles-ci, 78,2 % sont de typologie A, et plus particulièrement de typologie A4 (qui constituent 58 % de toutes les tâches relevées).

Or, dans les tâches de typologie A4, l'objet est absent (il est généralement évoqué par son nom ou son illustration) et l'unité de mesure est absente (son nom peut être suggéré parmi une liste de noms d'unités possibles).

Notons également la particularité de certaines tâches que nous avons insérées en typologie B4. Ce sont des tâches de production, et non de perception. Pour information, Crollen et al. [4], et bien d'autres chercheurs auparavant, observent une sous-estimation généralisée dans les tâches de perception et une sur-estimation généralisée dans les tâches de production proposées lors de leurs expérimentations.

## Estimation et mobilisation de référents

Si, comme le souligne Muir [5], l'estimation n'a pas à être exacte mais doit seulement être raisonnable et en lien avec le contexte, il est primordial de permettre aux élèves de se doter de références sur lesquelles ils peuvent s'appuyer pour fournir des estimations raisonnables.

Tout travail sur l'estimation de la mesure repose préalablement sur la construction de référents et cela peut d'abord passer par des activités de devinette/vérification. Dans ce type d'activité, dans un premier temps, les élèves devinent d'abord la mesure d'objets présents. Puis, ils vérifient leur estimation par un mesurage instrumenté. C'est alors l'occasion de se familiariser avec les unités usuelles portées sur les instruments et de s'en construire de premières représentations mentales. On retrouve ces activités dans les tâches de typologie A1 et B1.

Au fur et à mesure des expériences vécues, les élèves se dotent de références leur permettant d'effectuer des estimations où la part de « devinette » est de moins en moins importante. C'est à la fois l'objet et la connaissance construite sur cet

1. *J'aime les maths* (Belin), *Pour comprendre les maths* (Hachette), *J'apprends les maths* (Retz), *Cap maths* (Hatier), *Euro maths* puis *Opération maths* (Hatier).



objet qui constitue un « référent ». Ainsi, même si l'objet n'est plus présent, on peut s'appuyer sur un référent.

Il est alors possible de proposer des tâches d'estimation plus complexes de typologies A2, B2, A3 ou B3 où l'on joue sur l'absence soit de l'unité, soit de l'objet.

On complexifiera finalement en proposant aux élèves des tâches d'estimation où ni l'objet ni l'unité ne sont présents. À ce stade de notre écrit, on devrait s'étonner de trouver parmi ces tâches les plus complexes, celles de typologie A4, les tâches les plus fréquentes dans les manuels.

Outre les propositions déjà notées dans le tableau, on peut aussi demander aux élèves :

- de déterminer si la mesure d'un objet présent est supérieure ou inférieure à une mesure donnée (*Indique si la hauteur de ta table est plus petite ou plus grande qu'un mètre*);
- de déterminer si la valeur d'une mesure donnée est possible ou pas (par exemple, *une feuille de cahier peut-elle mesurer 21 m de long?*)

## Mise en commun et partage de stratégies d'estimation

Durant chaque séance où l'on aura proposé des tâches d'estimation, le temps à consacrer aux mises en commun est essentiel. En effet, c'est l'occasion de partager des stratégies qui pourront être réinvesties dans d'autres contextes d'estimation.

Castillo [6] précise que la diversité des stratégies contribue à une amélioration de la qualité de l'estimation car, de fait, on peut adapter la stratégie au contexte. Voici donc des stratégies d'estimation de la mesure relevées lors de nos recherches.

1. La comparaison de la quantité à estimer à un référent. Par exemple, pour estimer la longueur d'un *smartphone* à partir de sa photo, je m'appuie sur le référent « stylo » construit : un stylo mesure environ 15 cm de long. Pour Joram et al. (2005) [7], c'est la stratégie la plus efficace mais elle nécessite d'avoir mémorisé un nombre important de référents, ce qui est très coûteux.



Comparaison de la taille du smartphone à un référent (stylo) pour estimer la mesure de sa longueur.

2. Le report mental d'un référent. Par exemple, pour estimer la mesure de la largeur d'une table sur laquelle on a posé un stylo à partir d'une photo, je reporte mentalement plusieurs fois le stylo sur la table et effectue une multiplication. C'est, comme le relèvent notamment Joram, Subrahmanyam et Gelman (1998) [8], la stratégie la plus fréquemment utilisée. Toutefois, elle s'avère peu fiable lorsque le nombre de reports mentaux est important. C'est, comme le constate Hartono [9], ce qui incite les élèves à choisir des référents aussi longs que possible afin d'éviter des erreurs de reports et de calcul.



Report mental d'un référent (stylo) pour estimer la mesure de la largeur de la table.



3. Le fractionnement mental de la quantité à estimer en parties égales pour obtenir une partie dont la longueur est proche d'un référent. Par exemple pour estimer la hauteur d'un immeuble à partir d'une photo, je peux compter le nombre d'étages et estimer la hauteur d'un étage puis multiplier cette mesure par le nombre d'étages. Cette stratégie est évoquée notamment par Hildreth [10].



Fractionnement mental en parties égales de la hauteur d'un immeuble en appui sur un référent (hauteur moyenne d'un étage).

4. Le fractionnement mental de la quantité à estimer en parties inégales dont l'une correspondra à la longueur d'un référent et l'autre sera estimée puis ajoutée. Par exemple, pour estimer la mesure de la longueur d'une trousse, je partage mentalement cette longueur en deux parties inégales dont l'une correspond à la longueur d'un référent (le stylo) et j'estime la mesure du complément avant d'effectuer une addition.



Fractionnement mental en deux parties inégales de la longueur de la trousse. La longueur de l'une correspond à celle du référent (stylo) et on estime la longueur de la partie restante.

Ces deux dernières stratégies sont plus complexes et plus exigeantes cognitivement car elles nécessitent des capacités de visualisation et de calcul mental. Elles peuvent être réinvesties dans des problèmes de calcul mental à partir de photos (à l'instar de ce qui est proposé sur le site *M@ths-en-vie*) et permettre ainsi de développer les relations qui lient les unités de mesure entre elles.

Notons que seuls le report mental d'un référent et le fractionnement mental de la quantité en parties inégales sont évoqués dans le document *Éduscol Grandeurs et mesures au cycle 3* [2].

### Conclusion

Savoir estimer la mesure d'une longueur est une compétence utile au quotidien et certaines références sont culturelles. Il semble possible de proposer à nos élèves, dès l'école élémentaire, des tâches d'estimation véritables, variées et ludiques. Les élèves adhèrent généralement à ce type d'activités qu'ils perçoivent comme des défis à relever.

L'estimation de la mesure, couplée à un usage régulier d'instruments usuels de mesure, permet de donner du sens aux unités de mesure et de construire les relations qui les unissent de façon plus concrète que l'utilisation d'un tableau de conversion.

### Références

- [1] N. Pizarro, N. Gorgorio et L. Albarracin. « Primary teacher's approach to measurement estimation activities ». In : *9<sup>e</sup> congrès de la société européenne pour la recherche en éducation mathématiques (CERME)* (2015). Sous la dir. de K. Krainer et N. Vondrova. Prague, Czech Republic, p. 3227-3233.
- [2] Ministère de l'Éducation nationale. *Grandeurs et mesures au cycle 3*. Éduscol, 2016.
- [3] G. W. Bright. « Estimating physical measurements ». In : *School science and mathematics* 79 (issue 7 1979), p. 581-586.
- [4] Virginie Crollen et al. « A common metric magnitude system for the perception and production of numerosity, length, and duration ». In : *Frontiers in Psychology* 4. N° 449 (22 juillet 2013). ISSN : 1664-1078. DOI : 10.3389/fpsyg.2013.00449.



- [5] T. Muir. « When near enough is good enough ». In : *APMC* 10. N° 2 (2005), p. 9-14.
- [6] Mateo Jesus Jorge Castillo. « Estimacion de cantidades continuas : longitude y superficie ». Thèse de doct. Université de Grenade, 2012.
- [7] E. Joram et al. « Children's use the reference point strategy for measurement estimation ». In : *Journal for Research in Mathematics Education* 36. N° 1 (2005), p. 4-23.
- [8] E. Joram, K. Subrahmanyam et R. Gelman. « Measurement estimation : learning to map the route from number to quantity and back ». In : *Review of educational research* 68. N° 4 (1998), p. 413-449.
- [9] R. Hartono. « Promoting the development of student's individual frame of reference to support length approximation/estimation skills ». Thèse de doct. Université de Sriwijata, 2015.
- [10] D. J. Hildreth. « The use of strategies in estimating measurement ». In : *The Arithmetic Teacher* 30. N° 5 (1983), p. 50-54.
- [11] P. Sirieix. « Rôle de l'estimation de la mesure de longueurs dans la compréhension des unités de mesure et des liens qui les unissent. Communication C1.2 ». In : *Actes du 46<sup>e</sup> colloque de la COPIRELEM* (2019). Lausanne.



Pascal Sirieix exerce comme conseiller pédagogique départemental (CPD) de mathématiques de l'Essonne.

[pascal.sirieix@ac-versailles.fr](mailto:pascal.sirieix@ac-versailles.fr)

© APMEP Décembre 2023





# Sommaire du n° 550



## Grandeurs

### Éditorial

### Opinions

Hommage à Michel Soufflet

✦ Estimer la mesure de longueurs à l'école élémentaire — Pascal Sirieix

✦ Quel sens mathématique pour les grandeurs? — Richard Cabassut

### Avec les élèves

✦ Archimède au collège? Eurêka! — Henrique Vilas-Boas

✦ Grandeurs et Démesures — Faustine Leclerc, Loubna Aït-Hatrit & Christine Garcia

✦ Curvica — Jean Fromentin & Nicole Toussaint

Scratchons l'escargot! — Claire Pradel

Voyage mathématique en Égypte ancienne — Françoise Marchesseau

### 1 Ouvertures 50

3 Petite enquête sur être ou ne pas être un décimal — François Boucher 50

3 Des équations polaires à la trisection des angles — André-Jean Glière 56

4 ✦ Boucle d'or et les modèles en barres — Christine Chambris 64

### 10 Récréations 74

19 Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 74

Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 77

### 19 Au fil du temps 79

25 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 79

33 Matériaux pour une documentation 81

37 ✦ Les maths en Quatrième à partir des grandeurs — Romain Boucard 87

44 Un regard du XIX<sup>e</sup> siècle sur les mathématiciennes — Michel Sarrouy 91



CultureMATH



# APMEP

www.apmep.fr