

Le bulletin de l'APMEP - N° 551

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Janvier, Février, Mars 2024

Maths en 3D



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Stéphane FAVRE-BULLE, Adèle HUGUET, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

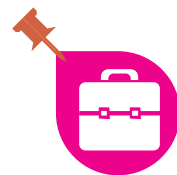
Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSIENNE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin

Apprentissage des solides à l'école maternelle




Est-il possible d'enseigner les solides à l'école ? Les auteures tentent d'y répondre et analysent deux situations d'apprentissage mises en œuvre en classes de Petite et Moyenne Sections. De quoi enrichir votre réflexion et puiser des idées pour vos élèves !

Élise Curien & Sandrine Lemaire

État des lieux

Les instructions officielles

Les programmes actuels de l'école maternelle (bulletin officiel n° 25 du 24 juin 2021 ) insistent sur l'enseignement progressif des solides avant celui, plus abstrait, des formes planes. Les apprentissages s'organisent alors au cycle 1 autour de quatre familles de solides : les cubes, les pyramides, les boules et les cylindres.

Par le biais de la perception visuelle, de la manipulation et de la coordination d'actions sur les objets, les élèves apprennent à reconnaître ces solides en rencontrant des situations variées qui, selon les cas, les conduisent à :

- observer un solide de manière isolée ;
- comparer des solides entre eux afin de les distinguer ou les mettre ensemble ;
- repérer des points communs et des différences dans un lot de solides afin de dégager des caractérisations et de les décrire.

Des craintes a priori côté enseignants

Voici quelques arguments recueillis lorsque l'on interroge les professeurs des écoles :

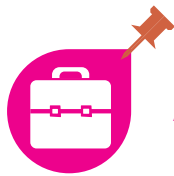
- « *Les solides, c'est difficile pour les élèves de cycle 1. Ils sont trop jeunes pour des objets aussi complexes, abstraits, ou alors éventuellement*

en fin de grande section », idée peut-être partiellement renforcée par des souvenirs d'exercices de géométrie dans l'espace, vécus en tant qu'étudiants par les professeurs des écoles ;

- « *Les solides, c'est difficile à enseigner. Il y a peu de ressources publiées, peu d'expériences concluantes rapportées par les collègues ; beaucoup de craintes entendues en revanche ; peu (pas ?) de kits de matériel disponibles contenant un support pédagogique* » ;
- « *Les savoirs sur les solides, c'est difficile à formuler. Impossible en effet de définir les solides de manière experte, du type "la pyramide est un polyèdre dont une face est un polygone, appelé base de la pyramide, et dont toutes les autres faces sont des triangles dont un côté est un côté de la base et qui ont toutes un sommet commun, appelé sommet de la pyramide"* ».

De ce constat ont émergé l'envie et le besoin d'élaborer en équipe et de tester, en situation réelle d'enseignement, des séquences pour le cycle 1 dans lesquelles les solides sont des objets d'apprentissage à part entière.

Ainsi nous présentons ici des extraits de deux séquences expérimentées dans des classes de Petite et Moyenne Sections, en justifiant nos choix didactiques et pédagogiques.



Les grandes lignes de notre réflexion

Le contexte

Issu de préoccupations partagées en lien avec l'état des lieux décrit précédemment, le dispositif a été pensé et mis en place dans le cadre d'un travail collaboratif et multicatégoriel regroupant des professeurs des écoles, des formateurs de l'INSPÉ, des Référents Mathématiques de Circonscription (RMC), des Conseillers Pédagogiques de Circonscription (CPC).

Le chantier est dense et les pistes de questionnement multiples : nous avons dû opérer des sélections pour cet article en nous centrant principalement sur deux situations d'apprentissage.

L'élaboration des séquences

Les séquences élaborées ont été discutées et négociées collectivement en amont mais le dernier mot a toujours été laissé au titulaire de la classe pour respecter au mieux la cohérence globale, le contrat didactique avec les élèves et son identité professionnelle.

La question du matériel

Quel type de matériel : des solides pleins ou creux, en mousse, en bois, en plastique, transparents, unis, multicolores ?

Notre choix s'est rapidement porté sur des solides pleins en bois naturel (non peints) pour plusieurs raisons¹ :

- la neutralité d'une même matière et d'une même couleur est facilitante pour focaliser la comparaison des solides sur leurs seules caractéristiques de formes ;
- la manipulation d'objets en bois permet d'appréhender, de manière kinesthésique, certaines caractéristiques des formes (surfaces planes ou courbes, arêtes, sommets) ;

- la densité du bois donne aux objets une réalité tangible avec une assez bonne perception de propriétés physiques, en particulier la masse des solides pour une idée de la quantité de matière qui constitue l'objet 3D.

Quelle variété de matériel ?

Il nous semble important que la collection de solides contienne plusieurs exemplaires des solides cités dans les programmes (cube, pyramide, boule, cylindre), de tailles et de proportions variées. En ce qui concerne la pyramide, il est intéressant de ne pas se limiter à des bases carrées (celles que l'on trouve le plus fréquemment dans le commerce).

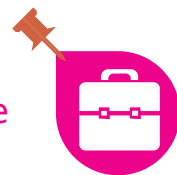
De plus, s'ils ne sont mis en contact qu'avec des solides nommés dans les programmes, les élèves ne peuvent accéder à l'ensemble de leurs propriétés. La confrontation à d'autres solides devient nécessaire afin d'identifier les caractéristiques absentes. À titre d'exemple, nous intégrons régulièrement, dans le matériel à trier/classer, des dés en bois neutre afin de faire prendre conscience de la présence indispensable de « sommets pointus » pour la reconnaissance du cube. De la même façon, une approche des solides axée exclusivement sur la recherche, dans l'environnement proche, d'objets qui ressemblent à un solide donné est insuffisante selon nous car seule l'allure globale, souvent approximative, est prise en considération.

Quelle quantité de matériel ?

La variété mentionnée impose déjà de nombreux solides, mais il faut aussi tenir compte des modalités de travail envisagées et de la nécessité, *a minima*, de doubler la quantité si on souhaite proposer des situations de reproductions d'assemblages.

La constitution d'un tel stock de solides demande du temps et des recherches dans les fournitures pédagogiques et au rayon « jouets », surtout pour dénicher des cylindres de proportions très différentes et des pyramides à bases pentagonales, hexagonales,

1. Les autres types de matériel ont chacun des spécificités, des avantages et des inconvénients, mais il ne s'agit pas ici de notre propos.



octogonales... La mutualisation du matériel de toute l'école peut faciliter la constitution d'une collection fournie et variée.



Figure 1. Exemple d'une variété de solides en bois neutre (ici des cubes, pyramides, cylindres, boules, mais aussi des prismes et pavés droits, des ovoïdes et des demi-boules, des dés, portions de cylindres, pyramides et cônes tronqués).

Situation de tri/classement de solides

Situation articulée sur deux séances :

- une séance de tri/classement de solides ;
- une séance de discussion autour des familles créées : « Mettons-nous d'accord avec les mathématiciens ».

Pourquoi une séance de tri/classement ?

Tout d'abord, revenons sur ce que nous entendons par une situation de tri/classement dont le but est d'extraire *in fine* les quatre familles des programmes. Il est souvent difficile pour les jeunes élèves de gérer l'ensemble des critères de comparaison : demander à chaque élève de se focaliser sur le tri d'une seule famille permet d'accomplir une tâche plus ciblée, qui s'inscrit au final dans un classement collectif.

Cette séance, proposée tôt dans la séquence, peut faire suite à une séance de manipulation libre afin d'évacuer le besoin chez les élèves de toucher et d'expérimenter le matériel (faire des tours, des châteaux, des alignements...).

Le but de la séance de tri/classement, en atelier dirigé, est d'observer l'activité des élèves lorsqu'on leur demande de chercher un type de solide parmi une collection assez importante

(environ une soixantaine de solides) : une évaluation diagnostique de ce qu'ils peuvent déjà percevoir.

Aussi chacun s'active à former une des familles demandées dans une petite barquette avec, pour témoin, un solide en bois bleu que l'on différencie ainsi du lot présenté aux élèves. Ce type de mise en œuvre demande que chacun soit responsable de son tri, mais le produit fini est un classement en cinq catégories : les quatre familles constituées par les élèves et les solides restants. Une fois que chacun pense avoir terminé son tri, le groupe observe les familles réalisées dans les barquettes et chacun peut s'exprimer, enseignant compris.



Figure 2. Une famille de cylindres.

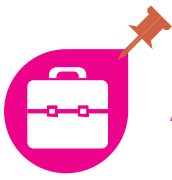


Figure 3. Une famille de « montagnes ».

Ce qui se passe lors de cette séance

Lors de cette séance, nous confirmons l'importance du toucher pour certains élèves qui palpent les pièces pour en vérifier les propriétés physiques, en l'occurrence l'aspect « pointu » des pyramides.

Pour la mise en commun et les échanges à propos des tris réalisés, il est important que l'ensemble du groupe soit d'accord sur l'appartenance à la



même famille de tous les solides contenus dans la barquette. Les solides pour lesquels il n'y a pas de consensus sont temporairement mis de côté. La classe revient sur ces cas lors d'un temps détaché où Pythagore, la mascotte mathématicienne de la classe, nous aide à mettre l'accent sur les propriétés.

Enfin, nous voulons souligner que, pour cette séance de tri/classement, les difficultés des élèves ne sont pas toujours là où nous les attendons. Cela conforte l'idée que cette séance d'évaluation diagnostique est vraiment nécessaire et qu'il n'est pas évident d'anticiper ce que les élèves savent ou perçoivent naturellement des solides. On remarque, par exemple, que les élèves reconnaissent et discriminent très bien les pyramides malgré (ou grâce à ?) leur polymorphisme (bases triangulaire, carrée, hexagonale, etc.) alors que la famille des boules n'est pas aussi clairement stabilisée, peut-être en raison d'un critère « roule/ne roule pas » trop prégnant. Ce constat confirme la nécessité de prévoir dans la collection, par exemple, des ovoïdes et/ou des demi-boules afin d'affiner le regard des élèves.

Ce que cette séance montre

Cette séance permet de mieux cerner les compétences des élèves et de préciser où se situent les difficultés vis-à-vis de la reconnaissance des solides et du vocabulaire associé. En effet, nous avons eu, en amont de la mise en œuvre, une réflexion intense sur le vocabulaire à employer pour nommer et décrire les solides, en collant au mieux aux définitions mathématiques tout en restant « audibles » pour les élèves. Nous avons aussi imaginé les liens que peuvent établir les élèves entre les solides et leur connaissance du monde. Nous avons finalement utilisé, avec les élèves, toute une terminologie mathématique, mais aussi des formulations naturelles.

Les interventions de la mascotte Pythagore permettent d'apporter le vocabulaire mathématique, notamment pour nommer les solides qui sont au programme. Les autres solides gardent les

appellations proposées par les élèves. C'est ainsi que les cônes sont devenus des « montagnes qui roulent ».

Enfin, la mise en commun de cette séance permet de stabiliser les dénominations des quatre familles et d'en extraire les caractéristiques fondamentales, comme on peut le voir sur les affiches des quatre solides du programme reproduites ici.

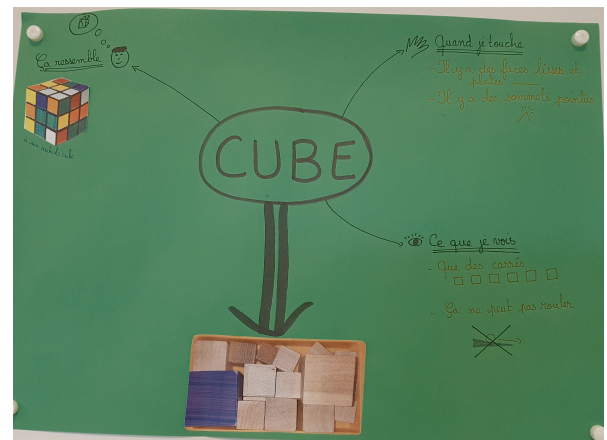


Figure 4. Affiche du cube.

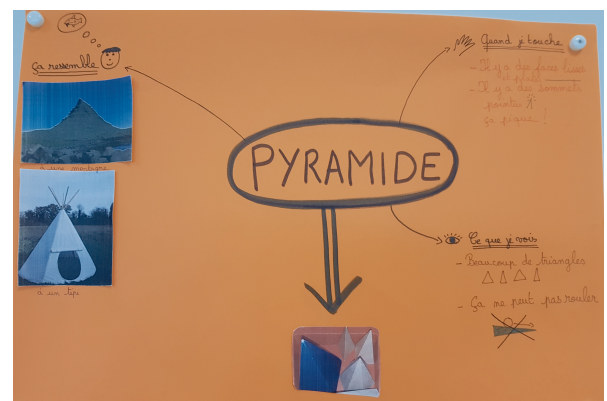


Figure 5. Affiche de la pyramide.

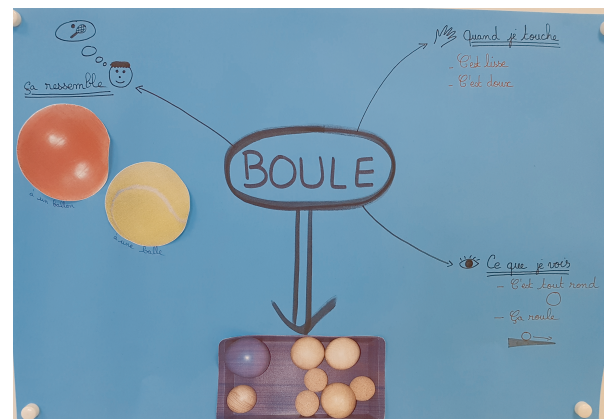


Figure 6. Affiche de la boule.

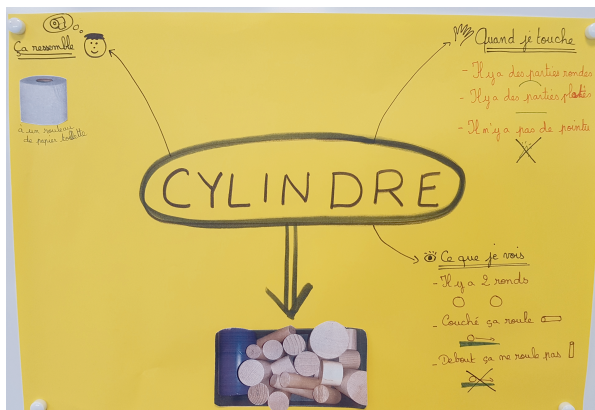


Figure 7. Affiche du cylindre.

La situation des empreintes

Situation découpée en trois séances :

- une séance artistique de réalisation des pancartes avec de la peinture ;
- une séance de mathématiques au cours de laquelle il s'agit d'associer à une pancarte le solide qui lui correspond et de justifier le choix ;
- une séance de tracé d'un train des formes sur les pancartes.

Quels enjeux pour chacune trois séances ?

Cette situation a fait l'objet de trois séances distinctes. La première, animée par l'ATSEM, a été volontairement détachée du domaine mathématique, même si elle utilise la terminologie vue avec la mascotte Pythagore.

Cette première séance permet aux élèves d'utiliser des polyèdres (pyramide à base carrée, pyramide à base triangulaire, cube, pavé droit et prisme droit à base triangulaire) pour réaliser une fresque d'empreintes exhaustives du solide choisi.



Figure 8. Une pancarte d'une pyramide à base carrée.



Figure 9. Une pancarte d'un cube.



Figure 10. Une pancarte (incomplète) d'un pavé droit.

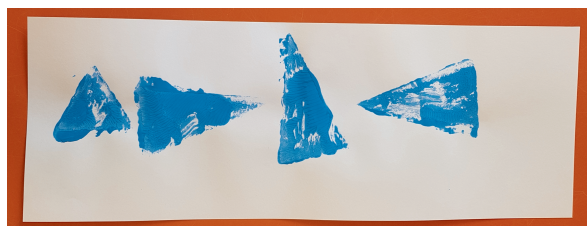


Figure 11. Une pancarte d'une pyramide à base triangulaire.



Figure 12. Une pancarte d'un prisme droit à bases triangulaires.

Exceptionnellement, la deuxième séance ne concerne que les élèves de Moyenne Section qui doivent associer à chaque fresque le solide correspondant. Cette séance est positionnée dans le monde de la mascotte Pythagore, c'est-à-dire le domaine des mathématiciens.

Enfin, nous terminons par une séance, entre graphisme et géométrie plane, où chaque élève doit tracer le contour des empreintes afin de faire apparaître le train des formes.

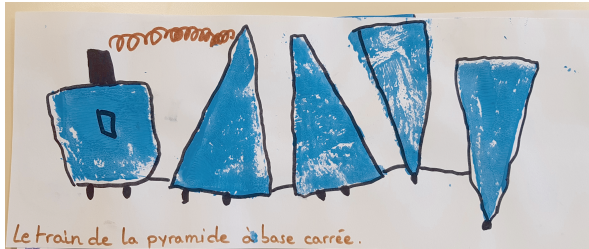


Figure 13. Un train d'une pyramide à base carrée.

Retour sur les deux séances de mathématiques

Notre intention est de permettre aux élèves de Moyenne Section de faire le lien entre un « patron éclaté », créé par leurs soins, et le solide qui lui est associé. Il est important que les élèves perçoivent qu'ils n'ont utilisé qu'un seul solide pour réaliser leur fresque. Notons que les solides choisis en amont ont certaines faces superposables (utilisation des solides issus de la série bleue du matériel Montessori²).



Figure 14. Série bleue des solides du matériel Montessori.

Cette séance est essentielle car si certaines fresques sont perçues de manière évidente par les élèves (c'est le cas du cube), d'autres, comme le prisme, mettent à mal la consigne de départ de la première séance. En effet, ils associent ses empreintes au pavé, pour ses faces rectangulaires, et à la pyramide, pour sa base triangulaire.

Les élèves prennent conscience qu'une même face peut être présente chez deux solides différents.

Enfin, la dernière séance montre de grandes différences entre les élèves. Certains élèves cherchent à tracer la forme réelle des faces du solide sans

suivre les bords de l'empreinte, mais bien en traçant des lignes. D'autres élèves, plus jeunes ou plus fragiles, suivent simplement l'empreinte laissée sur la feuille et ne font pas le lien avec la forme de la face du solide.

Ci-dessous, quelques exemples de tracés de trains des formes sur les pancartes :

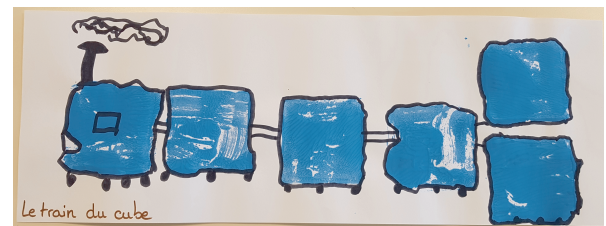


Figure 15. Un train d'un cube.

Sur ce train (figure 15), nous pouvons repérer des indices de la démarche de l'élève : il a d'abord suivi fidèlement le tour des traces de peinture, puis il s'est corrigé sur le contour de la locomotive pour faire apparaître une forme « plus carrée ».

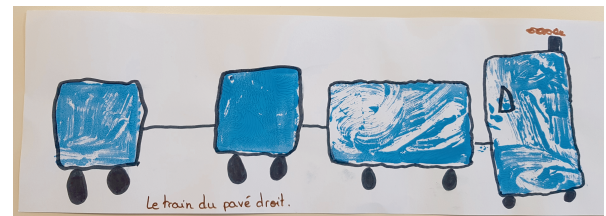


Figure 16. Un train d'un pavé droit.

Même s'il manque des faces au pavé (figure 16), nous observons que l'élève a cherché à tracer les faces du solide et qu'il n'a pas suivi les contours irréguliers de l'empreinte de peinture.

Nous en déduisons que la possibilité pour l'élève de faire le lien entre l'empreinte et la forme réelle de la face du solide demande une maturité et une mise en relation entre l'objet physique et ses traces. Nous avons conscience qu'il n'est pas possible d'atteindre un tel objectif pour tous les élèves d'une classe de Petite et Moyenne Sections, pour autant cette séance a toute sa place dans la séquence pour la richesse des informations qu'elle fournit à l'enseignant.

2. Nous avons utilisé, pour cette situation, un cube de côté c , un pavé droit de dimensions $c \times c \times 2c$, deux pyramides de hauteur $2c$ (pour l'une la base est un carré de côté c , pour l'autre un triangle équilatéral), un prisme droit de hauteur $2c$ dont la base est ce même triangle équilatéral.



Conclusion

L'expérimentation a montré que les élèves de l'école maternelle :

- sont capables de construire des connaissances sur les solides ;
- apprécient les manipulations avec ce matériel mathématique, surtout avec les solides moins rencontrés par ailleurs ;
- sont motivés par les situations de recherche, ils se questionnent, ils développent des images mentales, ils sont inventifs pour nommer les solides et expliciter leurs propos.

Du côté des enseignants, il s'agit de bien identifier le matériel nécessaire, sans s'éparpiller sur la diversité des solides commercialisés, et se donner les moyens de le sélectionner selon les objectifs d'apprentissages visés et les modalités de travail envisagées.

Les séances décrites dans cet article se veulent inspirantes mais non modélisantes. Seules, elles

ne sont pas suffisantes pour construire les apprentissages des élèves. Elles doivent s'inscrire dans une séquence plus large permettant d'atteindre tous les attendus de fin de cycle. C'est ce qui a été réalisé dans les deux séquences expérimentées, malgré des temporalités et des choix très différents.

Osons faire le pari que ce témoignage fournira des idées aux collègues et lèvera certaines appréhensions !



Élise Curien est professeure des écoles, Référente Mathématique de Circonscription et formatrice dans l'académie de Nantes.

Sandrine Lemaire est formatrice à l'INSPÉ de l'académie de Nantes. Elle contribue à la formation initiale et continue des professeurs des écoles.

esteiner-curien@ac-nantes.fr

sandrine.lemaire@univ-nantes.fr

© APMEP Mars 2024



Sommaire du n° 551



Maths en 3D

Éditorial

Opinions

Mission « Exigence des savoirs » <i>Bureau national</i>	3
Catégorisons des formes en maternelle <i>Valentina Celi</i>	6
Cartographie des mathématiques que je ne comprends pas <i>Mickaël Launay</i>	14

Avec les élèves

Semaine des maths à l'école <i>Charlotte Digne</i>	20
Signons les maths <i>Amélie Cazottes</i>	25
La voiture autonome <i>Laurent Didier</i>	30
✦ Apprentissage des solides à l'école maternelle <i>Élise Curien & Sandrine Lemaire</i>	35
✦ Le mètre cube <i>Anne-France Acciari</i>	42
✦ Les débuts de la géométrie en Sixième <i>Lise Malrieu</i>	45

1 Ouvertures

✦ Fabrication de très grandes boîtes avec une feuille A4 <i>Florence Soriano-Gafuk & Manuella Freyermuth</i>	53
✦ Des photophores en dodécaèdre régulier <i>Marie Lhuissier</i>	60
Petite enquête sur être ou ne pas être un rationnel <i>François Boucher</i>	65

Récréations

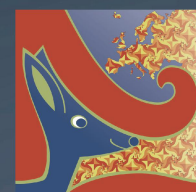
Au fil des problèmes <i>Frédéric de Ligt</i>	71
Des problèmes dans nos classes <i>Valérie Larose</i>	74
✦ La croix et le papillon <i>Olivier Longuet</i>	75
✦ Le temps des cerises <i>Séverine Verneyre & Karim Zayana</i>	79

Au fil du temps

Hommage à Gilles Cohen <i>Alice Ernoult</i>	84
Le CDI de Marie-Ange <i>Marie-Ange Ballereau</i>	85
Matériaux pour une documentation.....	87
✦ Troisième degré en 3D <i>Marie-Line Moureau</i>	91



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr