

Le bulletin de l'APMEP - N° 551

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Janvier, Février, Mars 2024

Maths en 3D



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Stéphane FAVRE-BULLE, Adèle HUGUET, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSIENNE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin



Des photophores en dodécaèdre régulier

Un conte où il est question de polyèdres réguliers et de filles qui ne s'en laissent pas conter : de quoi faire découvrir aux élèves une autre vision des mathématiques.

Marie Lhuissier

Un moment magique

Commençons par la fin. La fin, c'est ce moment où, quand toute la classe a fini de construire ses photophores dodécaédriques, on éteint enfin la lumière et on ferme les stores et les rideaux : l'effet est magique.



Figure 1. Une classe de Sixième, à Janville-en-Beauce.

Le principe de construction de ces photophores spectaculaires est simple mais ingénieux ; plutôt que de le ré-expliquer, je reproduis page suivante un extrait du *Grand Livre du Bricolage* (tome 1, Casterman 1987), qui a égayé mon enfance.

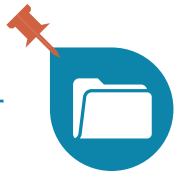
Évidemment, en classe, on remplace les bougies par des leds, c'est moins charmant et écologique, mais plus sécurisé. Et pour faciliter — grandement — le pliage, on peut créer des patrons où chaque pentagone possède, en son intérieur, les cinq points sur lesquels doivent se placer les cinq sommets lors du pliage des coins.




Figure 2. Photophores confectionnés par des élèves de Quatrième, à Bouvigny-Boyeffles.

La route vers les photophores

Voici ci-dessous, résumée en quelques phrases, la longue histoire que je raconte aux collégiens et aux lycéens qui m'invitent dans leur établissement. Mathématicienne de formation, je suis maintenant conteuse-mathématicienne : j'invente et je raconte des histoires — mises en musique, en décors et en scène par une petite équipe d'artistes — pour partager ma vision des mathématiques et faire découvrir les objets mathématiques que j'aime bien. Et une fois le conte terminé, l'aventure pour les élèves n'est pas finie, on travaille à la construction de l'objet du conte pour terminer sur cet émerveillement lumineux dont j'ai déjà parlé.





Lampe-pentagone

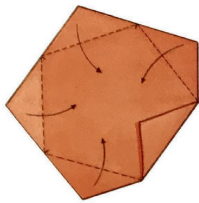
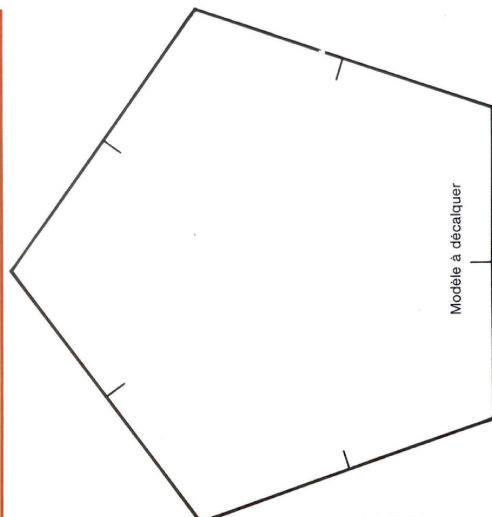
Cette ravissante lampe est faite de 11 pentagones collés ensemble de façon à faire apparaître des étoiles. Elle diffuse une très belle lumière et constitue une ravissante décoration de table.

- Décalez le pentagone de la page voisine sur le morceau de carton. N'oubliez pas de reproduire également les 5 petits traits qui indiquent le milieu de chaque côté. Puis, découpez le pentagone.
- Posez le modèle en carton sur le papier-éléphant. Tracez 11 pentagones identiques et découpez-les.
- Piez tous les coins vers l'intérieur en forme de triangle. Les extrémités de chaque pli doivent coïncider avec les traits qui indiquent le milieu des côtés (voir le dessin). Ensuite, dépliez à nouveau les 5 triangles.

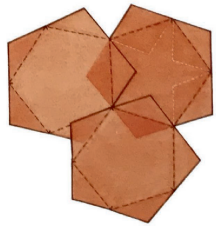
Matériel

- une feuille de papier-éléphant jaune ou orange
- du papier-calque
- un carton
- un morceau de carton robuste
- des ciseaux
- de la colle
- des bougies à réchaud

186



- Procédez de la même façon avec les 11 pentagones.
- Posez un pentagone devant vous. Celui-ci constitue le fond de la lampe. Puis, posez 5 autres pentagones autour du premier en veillant à superposer les triangles, comme vous le montre le dessin. Collez ces triangles l'un contre l'autre.



- Au fur et à mesure que vous collez les pentagones ensemble, la forme va gonfler et devenir une sorte de sphère "angulaire".
- Les 5 pentagones qui restent, doivent être collés sur les premiers selon le même principe. Ensuite ils doivent également être collés l'un contre l'autre. Il ne reste plus qu'à piler les points supérieurs qui dépassent vers l'intérieur et à les fixer avec un peu de colle.



- Des que vous aurez placé une bougie à réchaud allumée dans la lampe, vous verrez apparaître des formes étoilées qui résultent de la superposition des triangles.

187





Des photophores en dodécaèdre régulier

Il y a bien longtemps, le Peuple de la Mine était protégé par les cinq diamants parfaits. Mais depuis que deux d'entre eux ont été perdus, le Peuple de la Mine vit dans la crainte, et ses diamantaires tentent en vain de recréer les diamants perdus.

La jeune Alicia est fascinée, passionnée par les diamants, leurs formes parfaites, leurs symétries... Mais pas question pour elle d'être formée à la taille du diamant, même par son père diamantaire : dans le Peuple de la Mine, seuls les hommes sont diamantaires. À la mort de son père, la jeune Alicia voudrait reprendre son atelier, ce qui permettrait à sa mère et ses sœurs de rester dans leur maison. Encouragée par ses sœurs, elle décide de passer l'épreuve qui désignera le nouveau diamantaire. Mais elle a beau connaître mieux que quiconque les formes que peuvent prendre un diamant, les avoir observées, reproduites en papier, en avoir même inventées, elle n'a jamais touché les

outils. Ses concurrents, eux, sont tous formés depuis leur plus jeune âge à la taille du diamant...


Après un échec lamentable — et public! — Alicia s'isole dans sa chambre. Sa mère, qui suit attentivement le travail et les progrès de sa fille, et qui a tout à fait conscience de ses capacités exceptionnelles et de la singularité de ses réflexions, vient la rejoindre. Elle l'exhorte à chercher, elle aussi, les deux formes qui ont été perdues. Alors Alicia, malgré l'opposition et l'obstruction effectuée par les diamantaires, entame la réflexion qui la mènera, étape par étape, à la compréhension de ce que signifie « parfait » — c'est-à-dire, régulier — et à la construction du cube et du dodécaèdre régulier, avec l'assurance que ce sont bien les seules formes possibles. Son succès étant sans équivoque, elle gagne enfin le droit d'être formée à la taille du diamant et de devenir la première femme diamantaire du Peuple de la Mine.



D'où vient cette histoire ?

Pour ce conte, mon point de départ est la figure d'Alicia Boole Stott, qui a vécu en Angleterre fin XIX^e - début XX^e siècle. Comme mon Alicia, Alicia Boole avait un père mathématicien — mort quand elle était petite —, quatre sœurs et une mère qui s'intéressait beaucoup à l'éducation de ses filles, notamment leur éducation scientifique. Et, comme mon Alicia, Alicia Boole était fascinée par la géométrie. Loin de toute communauté mathématique et sans aucune formation universitaire,

elle a découvert et décrit entièrement les six polytopes¹ réguliers de dimension 4. Contrairement aux mathématiciens professionnels qui, au même moment, les découvriraient également et les décriraient par des équations, elle en avait une vision purement géométrique : elle les découpait en sections tridimensionnelles (comme on trancherait un solide en sections bi-dimensionnelles, chaque section étant alors un polygone) et faisait de chaque section une maquette en papier, qu'elle dessinait également (voir figure 3 page suivante).

1. D'après Wikipedia, le terme de polytope a été inventé par Alicia Boole Stott, la fille du logicien George Boole .

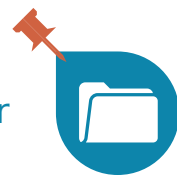
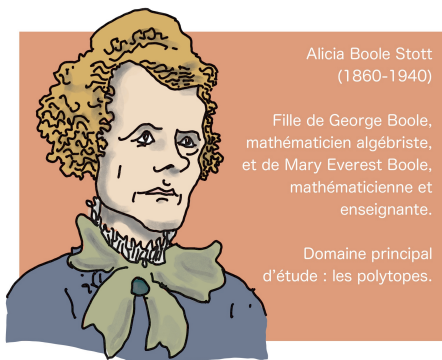


Figure 3. Dessins effectués par Alicia Boole Stott. Chaque figure représente une section tridimensionnelle.

J'aime beaucoup Alicia Boole. J'aime sa manière de réfléchir et de travailler, très visuelle, et même manuelle, puisqu'elle fabriquait les objets mathématiques auxquels elle réfléchissait. Je suis particulièrement attachée aux mathématiques auxquelles elle s'intéressait : la dimension 4 et ses polytopes réguliers sont parmi les premières idées mathématiques, rencontrées au lycée, qui m'ont émerveillée et fait sortir de mon chemin de future littéraire pure et dure. J'aime la vie d'Alicia Boole qui m'émeut et me fait réfléchir : quand j'ai découvert Alicia Boole et sa vie de mère au foyer passionnée par les maths, j'étais en thèse et enceinte. En thèse à l'ENS de Lyon et, pour la première fois de ma vie, je ressentais le fait d'être une femme dans un monde d'hommes, et ça ne m'était pas facile. Enceinte, je commençais alors à me rendre compte de ce que cela signifiait que de pouvoir garder, dans un quotidien rempli d'enfants petits dont il faut prendre soin, une disponibilité mentale suffisante pour les mathématiques.



Pour toutes ces raisons, j'ai eu envie de raconter Alicia Boole, ou plutôt de m'en inspirer pour raconter une histoire. Pour raconter les stéréotypes de genre en mathématiques, les traditions qui ont la

peau dure, les gens qui se croient exempts de tout préjugé parce qu'ils sont capables de reconnaître le génie de quelques individus qui ont réussi envers et contre tout, la fausse égalité qui consiste à mettre en conditions égales, à un instant t , des personnes qui n'ont pas évolué dans les mêmes conditions. Pour raconter, aussi, le plaisir qu'on peut avoir à appréhender mathématiquement les formes qui nous entourent : s'en faire une représentation mentale, les nommer, les caractériser, les reconstruire à partir de leur définition, les analyser, les classer, les mettre à plat et en volume à nouveau.

Bien sûr, au cours du récit, toutes ces actions ne sont pas nommées, mais montrées à partir des objets fabriqués par la scénographe avec qui je travaille. Au final, il y a, sans aucun formalisme, tous les ingrédients de la démonstration du fait qu'il n'existe pas d'autre polyèdre régulier que les cinq que l'on connaît : tétraèdre, cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre.

Objectif atteint ?

L'aspect féministe de l'histoire est perçu favorablement par les élèves : voici quelques-uns de leurs retours.

- « J'ai aimé l'histoire avec les cinq diamants, l'idée qu'il n'y a pas que les hommes qui font tous les métiers » ;
- « Ce qui m'a marqué c'est quand on dit que les filles ne pouvaient pas devenir diamantaires. Et j'ai aimé quand elle l'est devenue » ;
- « C'était bien, ça parlait de ce que les filles pouvaient faire ou pas et comment on les traitait » ;



Des photophores en dodécaèdre régulier

- « J'ai adoré, ce qui m'a surpris c'est qu'ils ne croyaient pas que ça aurait pu être une fille » ;
- « Ce n'est pas parce qu'on est du genre opposé qu'on ne peut pas faire les mêmes choses ».

Et j'ai même le plaisir de voir que pour certains élèves l'aspect esthétique des mathématiques apparaît :

- « Les figures étaient belles, ainsi que la musique » ;
- « J'ai aimé la partie où la jeune femme cherche car j'aime faire des figures de géométrie » ;
- « J'ai adoré la forme des diamants et quand la jeune fille réfléchit pour trouver celui qui manque ».

Enfin, je profite parfois moi aussi de quelques instants de grâce ou de surprise, à mettre cette fois du côté des mathématiques :

- lorsque, suite au conte, quelqu'un me demande pourquoi la sphère ne pourrait pas être un diamant parfait ;

- lorsque, après avoir découpé tous les pentagones en vue de la confection du photophore, quelqu'un demande si on n'aurait pas dû prévoir des languettes pour l'assemblage ;
- lorsque, au début de l'assemblage du photophore, certains commencent à coller leurs pentagones à plat, sans les relever pour commencer leur œuvres en 3D : même en connaissant l'objet qu'il doivent fabriquer, ils ont du mal à s'extraire de la 2D ;
- lorsque certains, se lançant dans un photophore multicolore, se demandent s'il existe un moyen de disposer les languettes de manière régulière.

C'est ainsi toujours un plaisir pour moi de partager cette histoire et ces moments avec les élèves pour qu'ils découvrent les mathématiques autrement.



Marie Lhuissier est conteuse-mathématicienne.
N'hésitez pas à consulter son site .

lhuissier.marie@gmail.com

© APMEP Mars 2024

Sommaire du n° 551



Maths en 3D

Éditorial

Opinions

Mission « Exigence des savoirs » <i>Bureau national</i>	3
Catégorisons des formes en maternelle <i>Valentina Celi</i>	6
Cartographie des mathématiques que je ne comprends pas <i>Mickaël Launay</i>	14

Avec les élèves

Semaine des maths à l'école <i>Charlotte Digne</i>	20
Signons les maths <i>Amélie Cazottes</i>	25
La voiture autonome <i>Laurent Didier</i>	30
✦ Apprentissage des solides à l'école maternelle <i>Élise Curien & Sandrine Lemaire</i>	35
✦ Le mètre cube <i>Anne-France Acciari</i>	42
✦ Les débuts de la géométrie en Sixième <i>Lise Malrieu</i>	45

1 Ouvertures

✦ Fabrication de très grandes boîtes avec une feuille A4 <i>Florence Soriano-Gafuk & Manuella Freyermuth</i>	53
✦ Des photophores en dodécaèdre régulier <i>Marie Lhuissier</i>	60
Petite enquête sur être ou ne pas être un rationnel <i>François Boucher</i>	65

Récréations

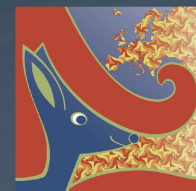
Au fil des problèmes <i>Frédéric de Ligt</i>	71
Des problèmes dans nos classes <i>Valérie Larose</i>	74
✦ La croix et le papillon <i>Olivier Longuet</i>	75
✦ Le temps des cerises <i>Séverine Verneyre & Karim Zayana</i>	79

Au fil du temps

Hommage à Gilles Cohen <i>Alice Ernoult</i>	84
Le CDI de Marie-Ange <i>Marie-Ange Ballereau</i>	85
Matériaux pour une documentation.....	87
✦ Troisième degré en 3D <i>Marie-Line Moureau</i>	91



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr