

Le bulletin de l'APMEP - N° 551

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Édition Janvier, Février, Mars 2024

Maths en 3D



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Daniel VAGOST, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Stéphane FAVRE-BULLE, Adèle HUGUET, Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Sixtine MARÉCHAL, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : Mars 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

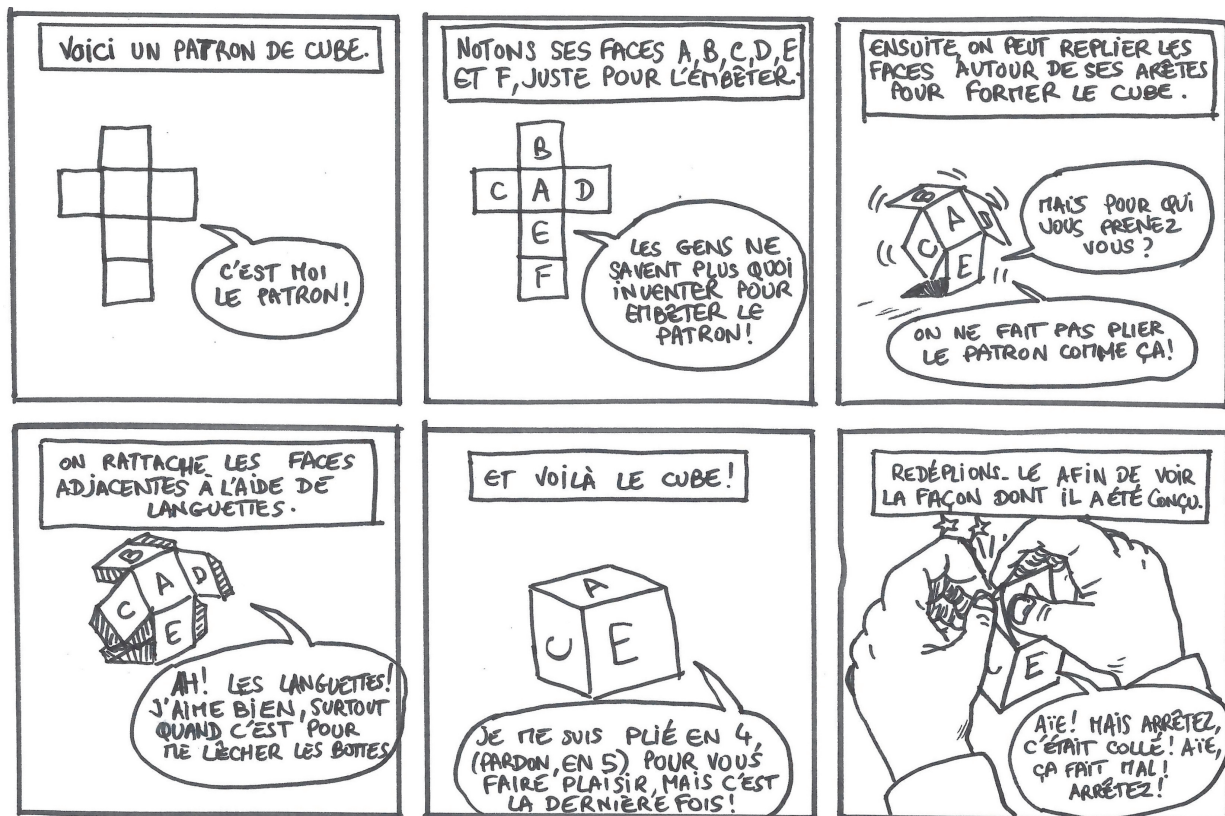
ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

La croix et le papillon



Le cube et l'octaèdre ont tous les deux 11 patrons différents. Hasard? Coïncidence? Fait sans intérêt? Et si on s'amusait à comprendre pourquoi? Une démonstration implacable du pouvoir des patrons.

Olivier Longuet





VOILÀ LE PATRON AVEC SEPT LANGUETTES. EN EFFET, ILY AVAIT QUATORZE ARÊTES LIBRES, QU'ON A RELIÉES DEUX À DEUX.

Ainsi, on aurait pu mettre la languette bleue en α ou en α' .

ÇA NE VA PAS SE PASSER COMME ÇA! VOUS CRUCIFIEZ LE PATRON AVEC CES MANIPULATIONS!

EN SOI, LA POSITION DE LA LANGUETTE N'EST PAS TRÈS IMPORTANTE. ON A DEUX CHOIX POSSIBLES À CHAQUE FOIS. CE QUI COMPTE, CE SONT LES FACES QU'ELLES RELIENT...

PEU IMPORTE OÙ ON MET LA LANGUETTE! ON PEUT MÊME LÉCHER LES BOTTES OU BIEN ALORS LE

CHAQUE TRAIT VERT RELIE DEUX FACES VOISINES DU CUBE PAR UNE LANGUETTE.

MAIS IL Y A UNE SECONDE FAÇON D'ÊTRE RELIÉ: QUAND ON N'EST PAS COUPÉ. VOUS ALLEZ VOIR

JE ME TIEFIE.

SÉPARONS CHAQUE CARRÉ POUR Y VOIR PLUS CLAIR.

ÉH! MAIS QU'EST CE QUE VOUS FAITES? VOUS ÊTES MALADE!

POUR CHAQUE PATRON, IL YA DEUX SORTES DE LIEN ENTRE LES FACES.

EN VERT, LES LIENS PAR LANGUETTE EN ROUGE, LES LIENS NON DÉCOUPÉS

CRUCIFIÉ! ÉCORCHÉ! ET MAINTENANT ÉCARTELLÉ! C'EST INHUMAIN!

OH, SAVA! TU ES JUSTE UN PATRON DE CUBE. TU N'ES PAS HUMAIN!

ON PEUT REPRÉSENTER UN CUBE PAR UN GRAPHE DONNANT LES FACES ADJACENTES

OUI! FAITES-MOI REPRÉSENTER! J'EN AI ASSEZ QU'ON ME TORTURE!

IL Y A ONZE PATRONS DE CUBE.

ONZE! FORMONS UN SYNDICAT! MARRE DE SE FAIRE ÉCORCHER!

ALLEZ LES GARS! TOUS ENSEMBLE

EN PREMIÈRE APPROCHE, CES PATRONS SONT REPRÉSENTÉS PAR LE TIÈRE GRAPHE. CE QUI LES DIFFÉRENCE, CE SONT LES RELATIONS ENTRE LES FACES VOISINES DU CUBE: OÙT-ELLES UN CÔTÉ COMMUN OU UNE LANGUETTE?

EN VERT: UNE LANGUETTE COMMUNE
EN ROUGE: UNE MÂTTE COMMUNE

CHAQUE PATRON A DONC SON CODE COULEUR.

CHANGÉONS DE SUJET ET LAISSONS UN PEU SE REPOSER CE BRAVE PATRON

QU'EST CE QUE VOUS CROYEZ? UN PATRON NE SE REPOSE JAMAIS!

IL YA UN SOLIDE QUI POSSÈDE DE NOMBREUX POINTS COMMUNS AVEC LE CUBE: C'EST L'OCTAÈDRE.

NOUS AVONS LES MÊMES CENTRES D'INTÉRÊT

NOUS FRÉQUENTONS LES MÊMES MILIEUX

BONSOIR, UN CAFÉ!

OUI, POURQUOI PAS?

LE MATHÉMATICIEN ALFRED RENYI DISAIT QU'UN MATHÉMATICIEN ÉTAIT UNE MACHINE À TRANSFORMER LE CAFÉ EN THÉORÈME.

ON VERRA SI ÇA MARCHE.

RELIONS CHAQUE CENTRE DES FACES ADJACENTES D'UN CUBE... QU'EST CE QU'ON OBTIENT?

UN CUBE?

SUSPENSE!

NON? PAS UN CUBE?



UN OCTAÈDRE...

AH OUAIS? TIENS...

MAINTENANT, SI ON PREND UN OCTAÈDRE ET SI ON RELIE CHAQUE CENTRE DE FACES ADJACENTES, QU'OBTIENT-ON?

UN CUBE?

PFF... FACILE! LE SUSPENSE EN MOUSSE!

OUI... UN CUBE!

JE LE SAVAIS!

ON DIT QUE LE CUBE ET L'OCTAÈDRE SONT DES SOLIDES DUAX...

ON A PLACÉ LES SOMMETS DE L'OCTAÈDRE SUR LES CENTRES DES FACES DU CUBE. AINSI, LE NOMBRE DE SOMMETS DE L'OCTAÈDRE EST ÉGAL AU NOMBRE DES FACES DU CUBE. PAREILLEMENT, LE NOMBRE DE SOMMETS DU CUBE EST ÉGAL AU NOMBRE DES FACES DE L'OCTAÈDRE.

LA FORMULE D'EULER $S+F=A+2$ S'APPLIQUE.

	SOMMETS	FACES	ARÊTES
CUBE	8	6	12
OCTAÈDRE	6	8	12

MAIS UNE CHOSE ENCORE EST SURPRENANTE: ILS ONT LE MÊME NOMBRE DE PATRONS.

AVOIR 11 PATRONS, C'EST PAS UNE VIE.

ET SI ON PREND DEUX SOLIDES DUAX, PAREXEMPLE L'ICOSAÈDRE (20 FACES) ET LE DODÉCAÈDRE (12 FACES), ILS ONT AUSSI LE MÊME NOMBRE DE PATRONS.

NE VOUS PLAÎNEZ PAS NOUS AVONS CHACUN 43380 PATRONS!

HASARD? COÏNCIDENCE? DEUX SOLIDES DUAX ONT ILS TOUJOURS LE MÊME NOMBRE DE PATRONS?

ON PEUT NUMÉRÔTER LES FACES DE L'OCTAÈDRE ET ÉTUDIER LES NUMÉROS DES FACES VOISINES AVEC UN GRAPHE.

LE 1 EST RELIÉ AU 2 ET AU 3. MAIS AUSSI AU 8.

EN CONTINUANT, ON OBTIENT CE GRAPHE.

ÇA ALORS? JE NE VOUS AURAIS PAS DÉJÀ VU VOTRE ALLURE ME RAPPELLE QUELQUE CHOSE.

CHUT, JE SUIS LÀ INCOGNITO!

REVENONS AU GRAPHE DU CUBE ET REGARDONS-LE UN PEU MIEUX.

IL DÉLIMITE LE PLAN EN SEPT ZONES.

SEPT ZONES VOUS ÊTES SÛR?

ET L'EXTÉRIEUR! VOUS Y AVEZ PENSÉ?

AH OUI, PARDON, HUIT ZONES...

BEN OUI, FAUT PAS OUBLIER L'EXTÉRIEUR!

SURTOUT QUAND IL FAIT BEAU DEHORS...

HUIT ZONES, COMME LE NOMBRE DE FACES DE L'OCTAÈDRE.

IL YA UN LIEN TÊTU ENTRE CES DEUX GRAPHES. ILS SONT DUAXEUX AUSSI, EN ÉCHANGÉANT LES ZONES ET LES SOMMETS

LE GRAPHE DU CUBE

LE GRAPHE DE L'OCTAÈDRE

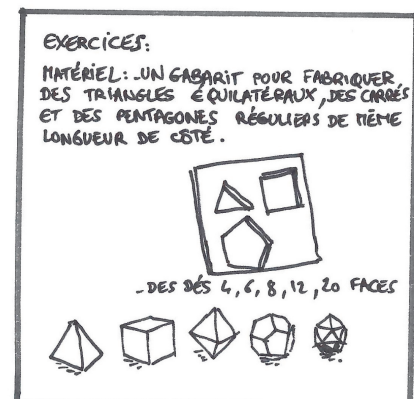
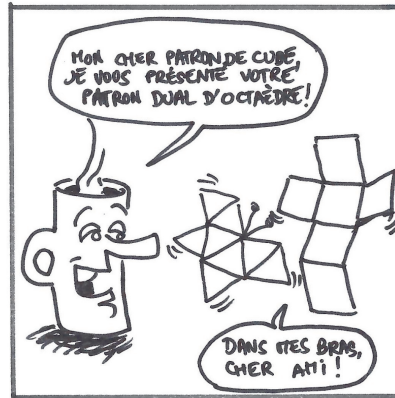
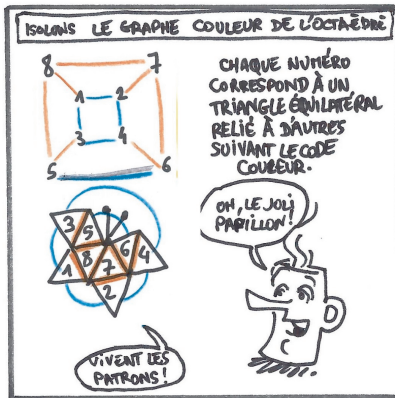
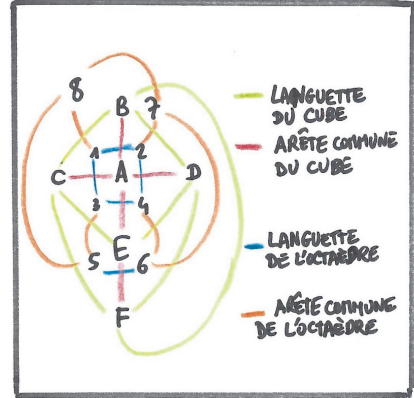
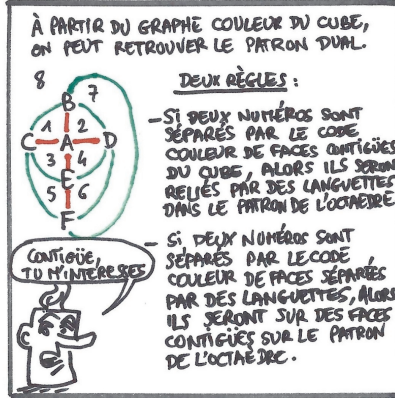
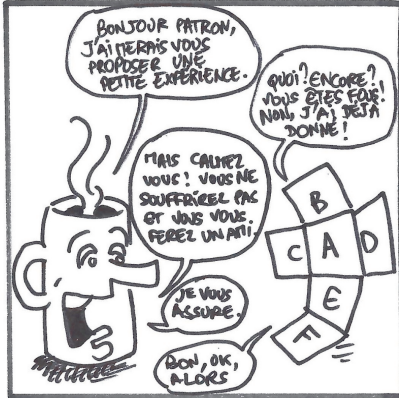
CHAQUE ARÊTE BLEUE COUPE UNE SEULE ARÊTE ROUGE ET INVERSEMENT.

RÉCAPITULONS: CHAQUE PATRON DE CUBE A SON PROPRE CODE COULEUR SUR SON GRAPHE, MONTRANT QUELLES FACES SONT RELIÉES PAR DES LANGUETTES.

RÉCIPROQUEMENT, À CHAQUE CODE COULEUR ON PEUT CONSTRUIRE UN UNIQUE PATRON. C'EST VRAI AUSSI POUR L'OCTAÈDRE.

PEUT-ON, À PARTIR D'UN PATRON DE CUBE, TROUVER UN UNIQUE PATRON D'OCTAÈDRE CORRESPONDANT, ET INVERSEMENT, J'OSERAI DIRE DES PATRONS DUAX?





EXERCICE 1 : TROUVER LE PATRON DUAL DE CHACUN DES ONZE PATRONS DE CUBE DE LA PAGE 2.

EXERCICE 2 : LE TÉTRAÈDRE POSSÈDE DEUX PATRONS. EST CE QUE CHACUN DE CES PATRONS EST SON PROPRE DUAL?

EXERCICE 3 : À L'AIDE DU GABARIT ET D'UN DÉ À VINGT FACES, RÉALISER UN PATRON D'ICOSAÈDRE. RETROUVER LE PATRON DUAL DU DODÉCAÈDRE.

EXERCICE 4 : À L'AIDE DU GABARIT ET D'UN DÉ À DOUZE FACES, RÉALISER UN PATRON DE DODÉCAÈDRE. RETROUVER LE PATRON DUAL DE L'ICOSAÈDRE .

Sommaire du n° 551



Maths en 3D

Éditorial

Opinions

Mission « Exigence des savoirs »

— Bureau national

Catégorisons des formes en maternelle

— Valentina Celi

Cartographie des mathématiques que je ne comprends pas — Mickaël Launay

Avec les élèves

Semaine des maths à l'école — Charlotte Digne

Signons les maths — Amélie Cazottes

La voiture autonome — Laurent Didier

✦ Apprentissage des solides à l'école maternelle — Élise Curien & Sandrine Lemaire

✦ Le mètre cube — Anne-France Acciari

✦ Les débuts de la géométrie en Sixième — Lise Malrieu

1 Ouvertures

✦ Fabrication de très grandes boîtes avec une feuille A4 — Manuella Freyermuth & Florence Soriano-Gafiuk 53

3 ✦ Des photophores en dodécaèdre régulier — Marie Lhuissier 60

6 Petite enquête sur être ou ne pas être un rationnel — François Boucher 65

14 Récréations

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 71

Des problèmes dans nos classes — Valérie Larose 74

25 ✦ La croix et le papillon — Olivier Longuet 75

30 ✦ Le temps des cerises — Séverine Verneyre & Karim Zayana 79

35 Au fil du temps

42 Hommage à Gilles Cohen — Alice Ernout 84

45 Le CDI de Marie-Ange — Marie-Ange Ballereau 85

Matériaux pour une documentation 87

✦ Troisième degré en 3D — Marie-Line Moureau 91



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr