

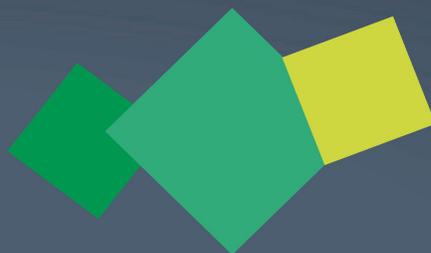
Le bulletin de l'APMEP - N° 552

# AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Avril, mai, juin 2024

**Automat(h)ismes**



# APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

*Au fil des maths*, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à [aufildesmaths@apmep.fr](mailto:aufildesmaths@apmep.fr)

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN [mcgenin@wanadoo.fr](mailto:mcgenin@wanadoo.fr)

À ce numéro est joint le BGV n° 236  
spécial « Journées Nationales »

## ÉQUIPE DE RÉDACTION

**Directrice de publication** : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

**Responsable coordinatrice de l'équipe** : Cécile KERBOUL.

**Rédacteurs** : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

**Illustrateurs** : Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

**Équipe T<sub>E</sub>Xnique** : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

**Maquette** : Olivier REBOUX.

**Correspondant Publimath** : François PÉTIARD.

**Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.**

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : juin 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



# La parole au...

L'APMEP est un lieu d'échange, de débats, de propositions. Ainsi, l'association abrite plusieurs groupes de travail , chargés de mener à bien des projets dans lesquels chaque adhérent(e) peut s'investir. Dans ce numéro, découvrez la réflexion menée par le groupe « Fondamentaux et Automatismes »<sup>1</sup> .

## Groupe « Fondamentaux et Automatismes »

### Présentation du groupe

Notre groupe de travail de l'APMEP « Fondamentaux et Automatismes » a vu le jour en 2021. Il a été créé afin de poursuivre, avec des collègues de tous horizons, la réflexion d'un groupe de travail de l'académie de Strasbourg dont les objectifs étaient :

- la conception des sujets de cycle 3 de la *Course aux Nombres* ;
- la rédaction de ressources thématiques sous la forme de gazettes sur différents thèmes (comme par exemple, celle sur la numération ) afin d'éclairer les intentions didactiques visées dans certaines questions posées à la *Course aux Nombres*.

Notre groupe APMEP est actuellement composé de neuf membres. Nous nous retrouvons une fois par an en présentiel et travaillons le reste de l'année à distance, en sous-groupes.

Nous continuons à rédiger les sujets de cycle 3 de la *Course aux Nombres* et nous produisons également des ressources pédagogiques pour les enseignants du premier et du second degré. À ce jour, nous avons publié deux documents : *Consolider des concepts et développer des automatismes par la pratique d'activités rapides*  et *Annexe 1 : les fractions et les décimaux au cycle 3* . Un troisième autour de la notion d'aire est en préparation.

1. NDLR : vous trouverez tous les liens vers la page de ce groupe de travail sur le site de l'APMEP (suivre L'APMEP puis Les Groupes de travail et enfin Fondamentaux et Automatismes).

### Notre réflexion sur les automatismes

#### Qu'appelle-t-on « automatisme » ?

Le premier axe de réflexion de notre groupe APMEP s'est porté sur la nature et la diversité des automatismes à développer chez les élèves ainsi que sur une nécessaire articulation entre la construction de concepts fondamentaux et le développement des automatismes.

Pour nous, un automatisme est un processus inconscient qui se produit sans intention et sans interférer avec une autre activité mentale. Il convoque en général, sans en reconstruire le sens, un ensemble de connaissances et de procédures immédiatement disponibles en mémoire. Ces connaissances ou procédures sont acquises au point qu'elles deviennent des réflexes pour les élèves. La reconnaissance de la situation et son traitement sont alors immédiats.

Les automatismes sont de différentes natures. Nous avons tenté de les classer dans plusieurs catégories, non nécessairement disjointes, listées ci-dessous :

- des faits numériques automatisés comme pour la représentation des nombres :

$$\frac{1}{4} = 0,25 = 25\% = \dots$$

ou les relations entre les unités de numération (1 dixième = 10 centièmes = ...);



- des procédures automatisées comme

$$12 \times 17 = 10 \times 17 + 2 \times 17 = 170 + 34 = 204 ;$$

- des procédures liées à des changements de registre comme multiplier par 0,5 qui revient à prendre *la moitié de* ou

$$3,5^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} = 12,25 \dots ;$$

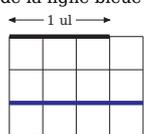
- des modélisations liées à des situations comme par exemple « *J'achète 3,2 kg de tomates à 2,10 € le kilogramme. Combien vais-je payer ?* » L'automatisme visé est la modélisation par la multiplication de deux décimaux dont aucun n'est entier. La multiplication ne peut plus être considérée ici comme une addition itérée.

Autour d'une même question, les procédures automatisées peuvent être multiples et dépendent des connaissances mobilisables par les élèves et du coût en mémoire de leurs mises en œuvre. Elles n'impliquent en général pas les mêmes apprentissages et permettent d'appréhender la notion en jeu sous différents angles.

Par exemple,  $21 \div 5 = (21 \times 2) \div 10 = 4,2$  ou  $21 \div 5 = \frac{21}{5} = \frac{42}{10} = 4,2$  (lorsque la fraction quotient a été abordée) mais aussi

$$21 \div 5 = 20 \div 5 + 1 \div 5 = 4 + 0,2 = 4,2 \text{ ou} \dots$$

Il est essentiel de présenter un panel de procédures possibles et d'en discuter l'efficacité. Plus l'élève est capable de faire appel à des automatismes variés et solidement construits autour d'une même notion, plus celle-ci est maîtrisée. La compréhension des concepts et l'acquisition d'automatismes sont au service l'une de l'autre. Le travail sur le sens assure des automatismes bien construits. L'acquisition d'automatismes bien maîtrisés et variés assure l'aisance et consolide la compréhension des concepts.

<p>Quelle est la longueur de la ligne bleue ?</p> 	<p>Les élèves peuvent proposer : <math>\frac{4}{3}</math> ou <math>1 + \frac{1}{3}</math>. On renforce le concept de <math>\frac{4}{3}</math> comme nombre en le représentant et en le mettant en relation avec d'autres nombres. L'important est de présenter les différentes stratégies et réponses tout en déconstruisant les erreurs.</p>
--	---

### Pourquoi travailler les automatismes ?

Dans le cadre de la résolution de problèmes, les automatismes favorisent l'engagement de l'élève et libèrent la pensée pour lui donner davantage de perspective dans la démarche de résolution. L'extrait du programme de Terminale technologique de 2019  ci-dessous, valable quel que soit le niveau d'enseignement, exprime la nécessité de développer des automatismes pour la résolution de problèmes :

*La résolution de problèmes est centrale dans l'activité mathématique, car elle offre un cadre privilégié pour travailler, mobiliser et combiner les six compétences mathématiques tout en développant des aptitudes transversales.*

*Toutefois, pour résoudre des problèmes, il faut être en capacité de prendre des initiatives, d'imaginer des pistes de solution et de s'y engager sans s'égarer. Pour cela, on procède souvent par analogie, en rattachant une situation particulière à une classe plus générale de problèmes ou en adaptant une méthode connue à la situation étudiée. La disponibilité d'esprit nécessaire à ces étapes essentielles suppose des connaissances, des procédures et des stratégies immédiatement mobilisables, c'est-à-dire automatisées.*

*L'acquisition de ces automatismes est favorisée par la mise en place, dans la durée et sous la conduite du professeur, d'activités rituelles. Il ne s'agit pas de réduire les mathématiques à des activités répétitives, mais de permettre un ancrage solide des fondamentaux, afin de pouvoir les mobiliser en situation de résolution de problèmes.*

*Parallèlement à l'ancrage de notions incontournables, les activités visant l'acquisition d'automatismes fournissent des conditions de réussite rapide et mettent l'élève en confiance pour s'engager dans la résolution de problèmes.*



Parallèlement à cette activité de résolution de problèmes, la corrélation entre l'automatisation des faits arithmétiques et les capacités mathématiques générales est à présent établie. Sur les fractions par exemple, un manque d'automatisation des faits numériques mettra les élèves en difficulté : leur mémoire de travail sera sursollicitée afin de remédier à ce manque et ils ne pourront pas pleinement s'engager dans de nouveaux apprentissages.

De plus, le développement des automatismes peut aller de pair avec un développement de la confiance en soi et peut ainsi permettre de lutter contre une anxiété développée par certains élèves vis-à-vis des mathématiques.

### Comment travailler les automatismes ?

Les automatismes évitent la surcharge cognitive par un traitement rapide de sous-tâches et permettent ainsi de libérer la pensée pour d'autres tâches. Mais il serait vain d'imaginer que leur acquisition est un processus rapide qui s'épargnerait d'une construction progressive des nouveaux concepts et des nouvelles méthodes en jeu.

Il est essentiel de ne pas viser l'automatisation de notions nouvelles trop précocement. La notion en jeu doit être bien construite pour saisir le domaine de validité et de pertinence des automatismes qui y sont liés et éviter des généralisations abusives. Il s'agit ainsi de proposer un questionnement varié qui permet à la fois une rencontre régulière avec la procédure dont on vise l'automatisation et de circonscrire le domaine d'application de celle-ci en revenant régulièrement au sens.

Par exemple, l'acquisition du concept de nombre décimal en cycle 3 est difficile pour un bon nombre d'élèves. Les opérations sur les décimaux convoquent souvent des automatismes éloignés du sens (« je déplace la virgule d'un rang vers la droite lorsque je multiplie par 10 »), ou parfois à l'extension d'automatismes valables pour les entiers mais non valides pour les décimaux

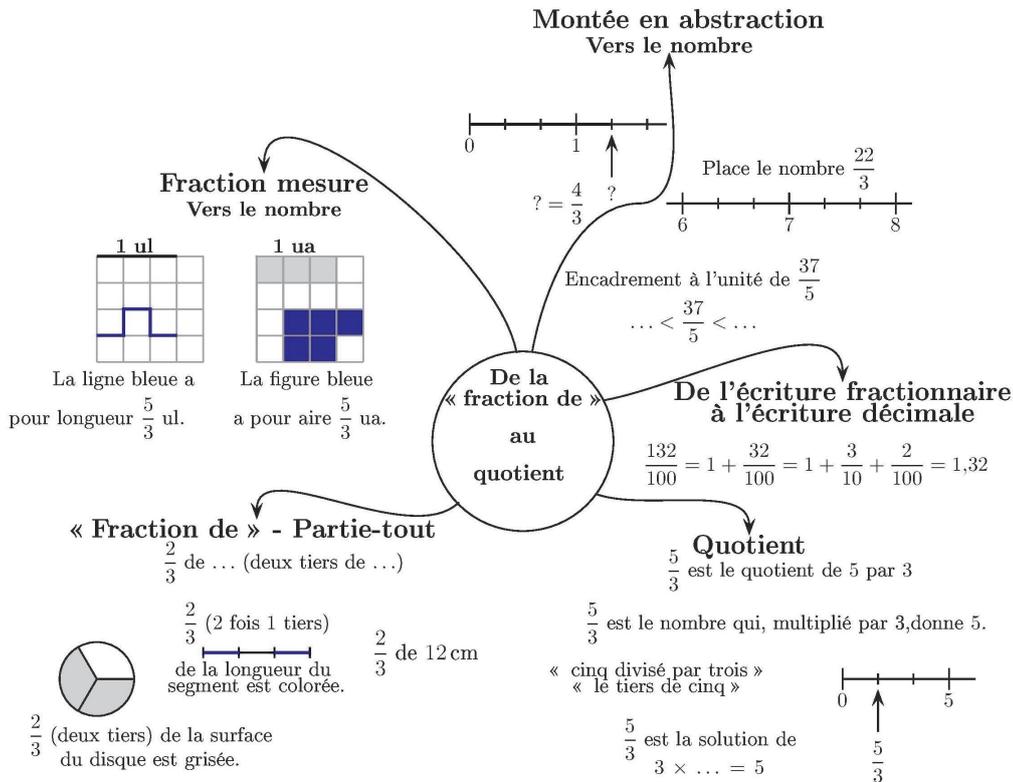
non entiers (« je rajoute un 0 lorsque je multiplie par 10 », automatisme générateur d'erreurs du type «  $3,4 \times 10 = 3,40$  ou  $30,40$  »). La compréhension du concept de nombre décimal constitue un enjeu majeur du cycle 3. Il est donc essentiel de convoquer le sens régulièrement, de ne pas laisser les élèves s'enfermer dans l'application de recettes qui ne peuvent pas faire sens, même si celles-ci conduisent aux bons résultats. Il est ainsi préférable par exemple de s'appuyer sur le glissement  pour la multiplication d'un nombre décimal par 10, 100, 1 000 tout en expliquant le sens du glissement.

La diversité des questions posées, la diversité des représentations des nombres décimaux, le passage d'une représentation à une autre, la diversité des registres convoqués (nombre décimal comme mesure d'une grandeur, travail sur les axes) sont autant d'occasions de réinterroger régulièrement le sens et de donner corps aux automatismes qui se développent.

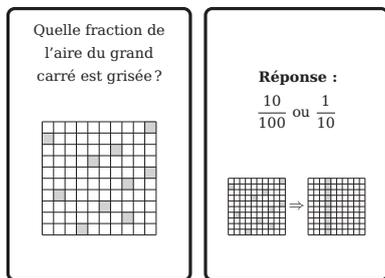
### Les productions de notre groupe APMEP

Au document généraliste *Consolider des concepts et développer des automatismes par la pratique d'activités rapides*  sont attachées des ressources portant sur des thèmes ciblés.

- La première annexe publiée intitulée *Les fractions et les décimaux au cycle 3*  permet d'éclairer les enseignants sur la progressivité de la construction des concepts de fraction et du nombre décimal à travers une diversité de questions qui peuvent être posées, notamment lors des phases d'activités rapides. Les questions proposées sont nombreuses ; elles peuvent être reprises à l'identique, mais sont aussi facilement déclinables, notamment grâce aux commentaires adossés à la plupart d'entre elles. Le document est évolutif et il est susceptible d'être enrichi. Cette ressource constitue un outil didactique de liaison inter-degrés aisément exploitable.



- Les cartes : notre groupe participe également, en collaboration avec d'autres groupes de travail, à l'élaboration d'un jeu constitué de lots de cartes portant sur différents thèmes. Ces cartes se prêtent à des activités ludiques dans le cadre d'activités de consolidation, de réactivation de savoirs fondamentaux et de développement d'automatismes.



Exemples de cartes autocorrectives à imprimer.

Toujours dans l'optique d'explicitier nos intentions, tant didactiques que pédagogiques, nous avons associé à chaque lot un fichier « introduction » et un diaporama « support » avec l'ensemble des questions et réponses. Une matrice de cartes vierges pour créer ou faire créer par les élèves des cartes de jeu est à disposition. Le

scénario du jeu n'est pas encore finalisé mais des lots de cartes sont d'ores et déjà publiés sur le site de l'APMEP [▶](#). Les équipes de mathématiques peuvent donc dès à présent s'en emparer, sélectionner les cartes et inventer un jeu à la fois attractif et riche d'apprentissages puisqu'il permet de déconstruire certaines erreurs.

- Une future gazette sur les aires, ainsi qu'un document ressource sur ce même thème. Nous y travaillons depuis septembre 2023. Ce travail sur les grandeurs constitue aussi l'occasion de retravailler le concept de nombre décimal et il nous semble naturel de poursuivre notre réflexion dans cette direction.

À tous les niveaux de scolarité, les élèves rencontrent des difficultés importantes sur le concept d'aire. Les raisons sont diverses : la confusion entre périmètre et aire, l'abstraction de la notion d'aire pour les élèves, l'absence d'outil de mesure d'aire, le recours précoce aux formules puis leur usage quasi-exclusif à partir du cycle 4, ... Même si le concept d'aire a été correctement construit (et c'est généralement le cas), il est nécessaire de proposer régulièrement, et sur plusieurs années, des



activités diversifiées qui permettent d’appréhender le concept d’aire sous toutes ses formes pour en consolider le sens.

Pour le moment, nous avons dégagé cinq grandes thématiques qui sont :

- construire la grandeur par des gestes de comparaison ;
- développer le sens de la mesure ;

- comprendre et utiliser les unités conventionnelles ;

Quelle est l’aire, en $\text{cm}^2$ , de la figure grisée tracée sur papier millimétré ?	2,4 $\text{cm}^2$	Le travail effectué pour construire le nombre décimal par la détermination d’aire est réinvesti (cf. ressource sur les fractions et décimaux).
		$\mathcal{A} = \left(2 + \frac{4}{10}\right) \text{cm}^2 = 2,4 \text{cm}^2$ $\mathcal{A} = 240 \text{mm}^2 = \frac{240}{100} \text{cm}^2 = 2,4 \text{cm}^2$

Énoncé	Réponse	Intention
Complète la phrase  L’aire de la figure A est ... fois plus grande que l’aire de la figure B.	8	Approche de la mesure par le travail du geste de pavage (report avec juxtaposition sans chevauchement) et expression de la comparaison multiplicative qui en découle.

- appréhender les formules de calcul d’aires ;
- différencier aire et périmètre.

### Pour conclure

Dans notre groupe, les discussions sont toujours enrichissantes et les idées fusent. Nos échanges sont constructifs et nous donnent de nouveaux points de vue et idées pour nos propres pratiques.

Si certains d’entre vous sont intéressés pour nous rejoindre, n’hésitez pas à nous écrire !



[afacciari@gmail.com](mailto:afacciari@gmail.com)

© APMEP Juin 2024





# APMEP

19-22 oct  
2024

Le Havre - Journées Nationales

## LA NORMANDIE, UN HAVRE DE MATHÉMATIQUES



Illustration : OL - Couleur : Claire Dumas



Association des Professeurs de Mathématiques  
de l'Enseignement Public  
« De la maternelle à l'université »



# Sommaire du n° 552



## Automat(h)ismes

### Éditorial

1

Fabrication de très grandes boîtes... la suite !

*Florence Soriano-Gafiuk & Manuella Freyermuth* ..... 59

### Opinions

✦ La parole au groupe « Fondamentaux et Automatismes »

*Groupe « Fondamentaux et Automatismes »* ..... 3

Croisements de points de vue sur la mesure

*Aurélié Chesnais & Valérie Munier* ..... 8

✦ Automatismes ou automathismes ?

*Éric Trouillot* ..... 21

✦ Des Mises En TRAIN pour bien démarrer

*Claire Piolti-Lamorthe & Sophie Roubin* ..... 26

### Avec les élèves

✦ Des rituels en collège

*Lydie El-Halougi* ..... 35

Double vue

*Jean-Christophe Deledicq* ..... 39

✦ MathsMentales

*Sébastien Coge* ..... 41

✦ MathALÉA : du nouveau !

*Ève Chambon, Lydie El Halougi & Stéphane Guyon*... 45

✦ Automatismes : un peu, beaucoup, passionnément...

*Céline Bruel & Élise Locatelli* ..... 50

### Ouvertures

La loi de Benford

*Jean Lefort* ..... 56

La Grande Aventure des maths

*C. Sakarovitch, G. Mulsant & M. Andler* ..... 65

Des bulles aux polyèdres

*Richard Cabassut* ..... 71

### Récréations

Au fil des problèmes

*Frédéric de Ligt* ..... 75

Des problèmes dans nos classes

*Valérie Larose* ..... 77

### Au fil du temps

Hommage à Guy Brousseau

*Éric Barbazo* ..... 79

Le CDI de Marie-Ange

*Marie-Ange Ballereau* ..... 81

Matériaux pour une documentation

83

Les fichiers *Evariste* : toujours d'actualité !

*Jean Fromentin & Nicole Toussaint* ..... 87

Des étudiants aux Journées Nationales à Rennes

*Christophe Rivière* ..... 90

Mes premières Journées Nationales

*Matthieu Boutier* ..... 94



CultureMATH



# APMEP

www.apmep.fr