

Le bulletin de l'APMEP - N° 552

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Avril, mai, juin 2024

Automat(h)ismes



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint le BGV n° 236
spécial « Journées Nationales »

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTÉIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Nada DRAGOVIC, Fanny DUHAMEL, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Armand LACHAND, Lionel PRONOST, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : juin 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



La Grande Aventure des maths

La Grande Aventure des maths est une série de quinze épisodes courts, destinée aux lycéens et diffusée sur la plateforme de France Télévisions Éducation, Lumni.fr. Chaque épisode illustre un point du programme de Première spécialité mathématiques, et raconte son ancrage dans l'histoire des mathématiques en lui donnant un éclairage humain et une tonalité joyeuse. Une pépite à découvrir !

Cassia Sakarovitch, Gwenael Mulsant & Martin Andler

Naissance du projet

C'est Cassia Sakarovitch qui a souhaité initier cette série, après avoir coproduit des captations de conférences de vulgarisation¹ avec Cédric Villani. Elle a découvert l'histoire des mathématiques à cette occasion et a été enthousiasmée. Elle est convaincue qu'un tel éclairage des mathématiques l'aurait passionnée lorsqu'elle était au lycée. L'idée de la série vient de là : l'envie de proposer des vidéos à destination des lycéens d'aujourd'hui, qui ancreraient les notions du programme actuel dans l'histoire des mathématiques.

Le principe fondateur est le suivant : mettre en évidence que les notions et théorèmes ne sont pas tombés du ciel ; des mathématiciens et mathématiciennes les ont conçus, travaillés, démontrés, en faisant face à des difficultés conceptuelles majeures. En chemin, des façons nouvelles de penser ont émergé, le contexte géographique et historique a aussi joué un rôle... Le but est de donner du sens, mettre en lumière l'humain derrière les maths, bref : *raconter une aventure* !

Et voici les principales lignes directrices, fixées depuis le début du projet.

- Il ne s'agit pas de vidéos de cours. À chaque épisode, très court, une notion est évoquée :

non pour la définir ou l'expliquer, mais pour proposer une façon différente de la regarder.

- La série met en avant les mathématiciens et mathématiciennes, mais sous l'angle de leur démarche de pensée plutôt que celui de leur vie personnelle. L'aventure humaine qui est mise en lumière est l'aventure intellectuelle : les moments de bascule dans la pensée mathématique.
- Regarder la série doit être un plaisir pour les élèves (et les professeurs), avec une identité visuelle très travaillée dans ce sens.
- La diffusion sur la plateforme Lumni impliquant de suivre un cahier des charges impératif lié à cette chaîne, la durée des épisodes est limitée à 6 minutes 30 ; les épisodes sont indépendants les uns des autres ; et chacun doit avoir un lien *explicite* avec une notion du programme.

Constitution de l'équipe

Cassia Sakarovitch s'est occupée de la scénarisation des épisodes et de l'enjeu de transmission des mathématiques. Gwenael Mulsant, co-réalisateur de la série, a créé l'univers visuel, dessiné les personnages, animé les épisodes. Pascaline Geoffroy, de la société Seppia, a produit la série. L'équipe est par ailleurs constituée d'un documentaliste (Jean-Marie Disdero), d'une chargée de production (Lauriane Jussiau), d'un ingénieur du son

1. Cédric Villani, un mathématicien aux Métallos, coffret DVD ARTE Éditions, VOD sur arte.tv.



(Hassen Bahloul), et des deux comédiens Juliette Steiner et Charles Leckler, pour les voix.

Martin Andler a présidé le conseil scientifique dont le rôle a été essentiel. Il en parle en page 71.

Enfin, pour chaque épisode, une fiche d'exercices conçue par Joséphine Aubin est disponible sur le site de Lumni.

Choix éditoriaux

Principe narratif de la série

Dans notre histoire, Lucie, la mère d'Eliott, est mathématicienne. Toute à sa passion de la transmission, elle colle chaque matin sur le réfrigérateur de la cuisine les indices d'une devinette en lien avec la notion ou le personnage du jour. Ce sont les premiers éléments d'un jeu de piste imaginé pour son ado... qui ne manque pas de la taquiner mais se laisse volontiers embarquer.

Le dialogue se tisse entre eux en voix off, mais ils n'apparaissent jamais à l'image. Nous sommes dans le regard subjectif du fils, qui avance à la découverte des éléments formant l'histoire du jour. Des portraits, messages punaisés, formules et figures dessinées, savamment assemblés par la mère dans toute la maison, prennent vie sous ses yeux et les nôtres, et donnent corps au récit.

Scénarisation des épisodes

Pour construire les épisodes, quatre éléments ont été intégrés systématiquement dans la narration.

Un aspect humain : quelle est la personne derrière le concept ? Nous évoquons les mathématiciens et mathématiciennes de la façon la plus vivante possible, mais dans les limites des connaissances historiques — parfois très succinctes.

Un aspect historique : quel est le lien entre l'émergence d'un concept et le contexte dans lequel cette arrivée a eu lieu ? Cela peut concerner le contexte géopolitique (exemple : Al-Khwarizmi pendant un âge d'or pour les connaissances à Bagdad, favorisé par les califes Abbassides) ; ou encore l'histoire de

la pensée (exemple : comment le regard de Galilée sur la nature est un moment décisif de ce qu'on appelle la *révolution scientifique*).

Une notion du programme : abordée sous l'angle de l'apport conceptuel qu'elle représente.

Un raisonnement mathématique, même court : un moment de l'épisode est toujours consacré à un cheminement de compréhension, effectué pas à pas en compagnie d'Eliott.

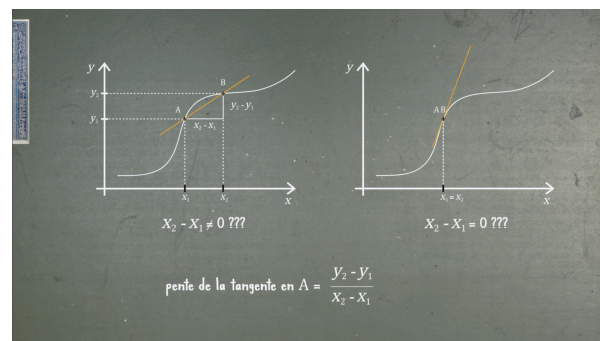


Figure 1. Épisode Leibniz et Newton, le calcul infinitésimal.

À propos des prérequis

Notre objectif a été d'éviter au maximum les prérequis, à l'exception des notions du programme : Eliott relie ce qui se passe à son cours, qu'il connaît, et sa mère peut s'appuyer dessus pour construire ses explications. Pour le reste, nous nous sommes efforcés de toujours expliciter ce dont nous parlions.

Par exemple, quand une personnalité est évoquée, nous prenons le temps dans le scénario de préciser qui elle était (métier, origine, époque), sans partir du principe que cette personne est célèbre, donc probablement déjà connue des élèves. Les épisodes ayant une durée de six minutes, prendre ce temps a été une contrainte importante. Elle nous a forcés à nous concentrer sur les personnages « principaux » des histoires mathématiques racontées — malgré notre envie, parfois, d'en dire plus.

De même, quand une notion mathématique est mentionnée, nous prenons le temps de l'expliquer, sans sous-texte. L'idée est de résister à la tentation de seulement évoquer une notion, en espérant que



les élèves sauront d'eux-mêmes la relier à la théorie qui s'y accroche. Par exemple, dans l'épisode sur Fibonacci, Lucie annonce que la numération de position est une avancée fantastique. Par la bouche de Lucie, on explique ce qu'est la numération de position ; puis, par un dialogue, en quoi c'est novateur (Eliott : « *C'est pas évident, ça ?* ». Lucie : « *Non, pense aux chiffres romains !* »).

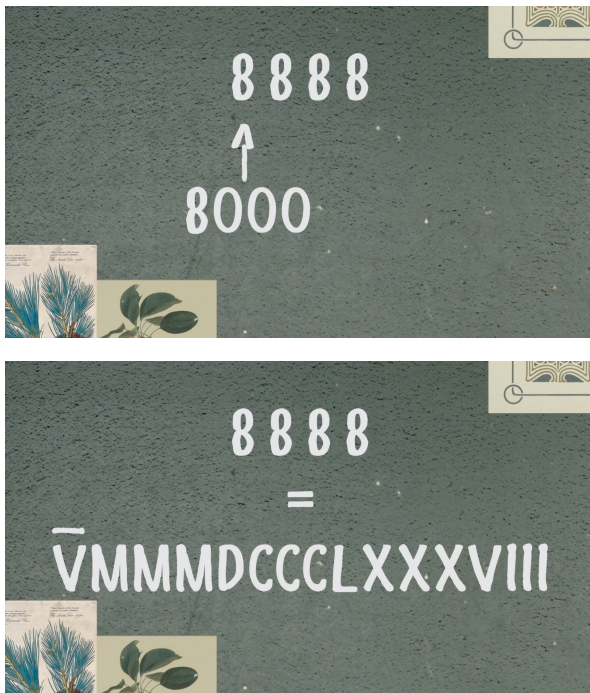


Figure 2. Épisode Fibonacci, de la numération décimale aux suites.

Cette règle — « prendre le temps » — est une gageure, puisqu'il faut la conjuguer avec la courte durée des épisodes. Pour tenir cette ligne, il faut donc appliquer aussi la réciproque : si une notion n'est pas indispensable à la compréhension du raisonnement développé, alors elle n'est pas du tout évoquée (même traitement qu'un personnage secondaire !). Cette contrainte impose des choix drastiques sur ce que nous exposons ou non dans chaque épisode. Elle a fortement façonné les scénarios et notre façon de raconter les histoires.

L'objectif de cette règle est d'éviter que les élèves soient en situation de ne pas comprendre pleinement certains passages — et donc se découragent ou décrochent du film.

Comment les personnages font avancer le récit

L'ensemble du scénario est constitué du dialogue entre la mère et le fils.

- C'est Lucie qui mène la danse : elle sait où elle veut emmener Eliott et c'est elle qui porte les grandes lignes du récit.
- Nous tenons à ce qu'Eliott fasse lui aussi avancer les raisonnements, afin d'éviter la représentation d'une transmission de savoir trop verticale. En même temps, il ne sait pas tout ! Notre Eliott est avant tout très actif, et c'est avec ça que nous voulons susciter l'identification ; dans la conversation, il pose des questions s'il ne comprend pas, reformule, cherche les réponses aux questions que lui pose sa mère, reconnaît parfois son cours dans les explications de Lucie... Et bien sûr, il la taquine et fait des blagues, insufflant ainsi dans le récit des moments de respiration et de légèreté.

Choix artistiques

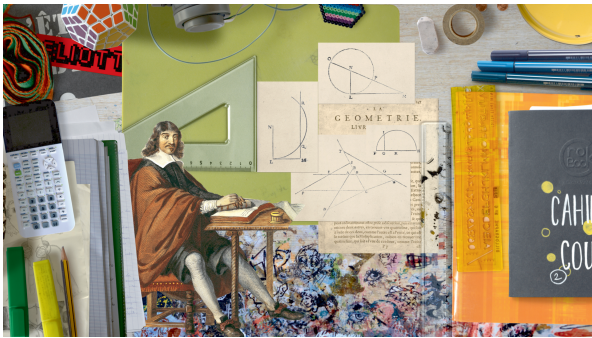
Enjeux esthétiques

La qualité esthétique de la série a représenté un enjeu fondamental pour nous : donner envie de découvrir des histoires de mathématiques passe aussi par la conception de vidéos à l'identité visuelle joyeuse et attrayante.

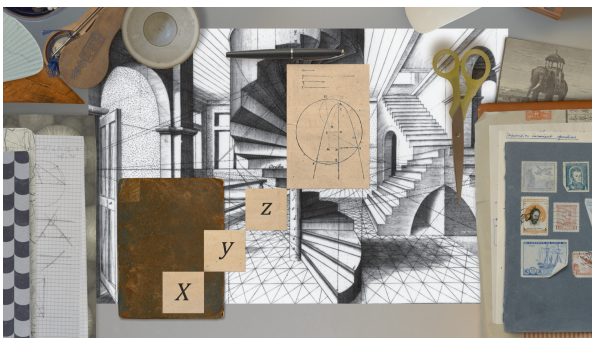
Le récit progresse à travers plusieurs décors (bureau d'Eliott, bureau de Lucie, mur du salon...) et cette diversité amène richesse visuelle et dynamique narrative. D'abord, le passage d'un décor à un autre est l'occasion de faire avancer le récit, changer de chapitre, faire rebondir l'attention. Ensuite, chaque décor possède sa propre identité visuelle (matières et couleurs) et une fonction dominante : le réfrigérateur lance le jeu de piste, le mur des cartes sert de support au contexte historique, le tableau noir accueille les démonstrations, le bureau d'Eliott est connecté au présent et le bureau de Lucie à la pensée. Bien sûr ce dispositif est souple et le bureau d'Eliott peut, si besoin, devenir le lieu d'une reconstitution historique.



La composition des images est travaillée suivant un dispositif inspiré de l'art du collage, avec une attention particulière apportée à la beauté qui peut surgir des tableaux ainsi composés.



Dans le bureau d'Eliott.



Dans le bureau de Lucie.

Figure 3. Deux extraits de l'épisode Descartes et la géométrie analytique.

Le dispositif offre une très grande liberté, surtout dans l'animation des iconographies. Ces images, qui représentent les personnages, les lieux et les époques concernés, sont ainsi animées pour nous permettre de répondre à un enjeu visuel majeur : mettre en image l'histoire des mathématiques, c'est-à-dire donner corps au contexte et favoriser l'identification.



Figure 4. Épisode Al-Kashi, de la trigonométrie à l'astronomie.

Mettre en image l'histoire des maths

Le point de départ de cette mise en image est la collecte d'images d'archives.

La recherche des images réalisée par notre documentaliste doit répondre à trois besoins :

- historiques ou contextuels : portraits, cartes, manuscrits, événements...
- spécifiques : un ouragan, la ville de Pise au XII^e siècle, la prison de Sainte-Pélagie...
- conceptuels, thématiques ou abstraits : le rond, l'astronomie, l'infini...



Figure 5. Épisode Leibniz et Newton, le calcul infinitésimal.

Cette recherche documentaire aboutit à une joyeuse, belle et éclectique base iconographique. Parmi ces images, certaines sont parlantes d'elles-mêmes - une représentation du procès de Galilée, de Newton regardant une pomme... Mais en général, elles sont le point de départ d'une nouvelle composition. Collages, juxtapositions, jeux sur les échelles... donnent un sens nouveau aux iconographies et permettent aux images ainsi composées de faire avancer la narration.



Figure 6. Épisode du Châtelet, la force des expériences scientifiques.



Figure 7. Épisode Galilée et la chute des corps.

Parfois, les images d'archives ne suffisent pas. Les papiers découpés viennent alors palier les manques, secondés par un autre outil bien utile : les dessins d'Eliott, réalisés par Gwenael Mulsant, qui permettent de donner vie aux personnages dont il n'existe pas de portrait authentifié, comme le chevalier de Méré.

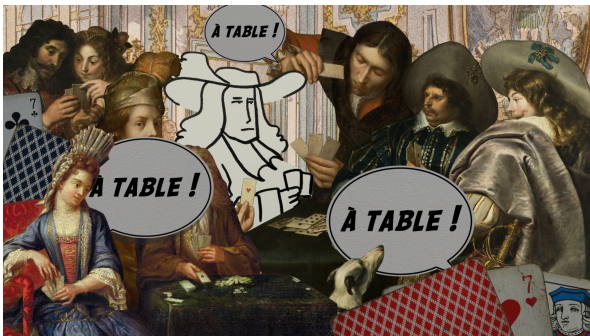


Figure 8. Épisode Pascal et Fermat, à l'origine des probabilités.

Enjeux de compréhension

Les séquences de raisonnements

Pour les passages dédiés au développement d'un raisonnement mathématique, l'outil audiovisuel offre de nombreuses possibilités avec lesquelles on peut jouer :

- apparition successive des éléments dans l'image (figures, formules, courbes...);
- mise en valeur d'une zone de l'image (en l'entourant ou en lui appliquant un rond de lumière);
- mise en couleur d'un élément;
- zoom dans une partie de l'image;
- déplacement de la « caméra » d'un endroit à l'autre du cadre, etc.

Exploiter l'outil vidéo

La vidéo, et surtout l'animation, sont des outils particulièrement utiles pour faire comprendre une notion, puisqu'elles offrent la possibilité de visualiser certains phénomènes difficiles à représenter autrement.

Par exemple, dans l'épisode *Newton et Leibniz*, des zooms successifs sur un intervalle permettent de faire sentir la complexité du raisonnement sur l'infiniment petit.

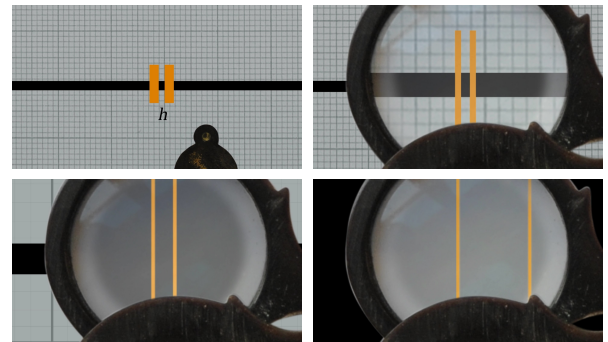


Figure 9. Épisode Leibniz et Newton, le calcul infinitésimal : séquence de la loupe.

Donner une image concrète à des idées abstraites

Pour illustrer certaines idées abstraites, des machines fictives, évoquant un fonctionnement très mécanique et concret, sont intégrées au scénario. Par exemple, la « grande roue de la loi interne » illustre ce qu'est une loi interne dans l'épisode sur Descartes.



Figure 10. Épisode Descartes et la géométrie analytique.

Ou encore dans l'épisode sur Euler, les fonctions sont représentées sous forme de « machines à fabriquer des $f(x)$ ».

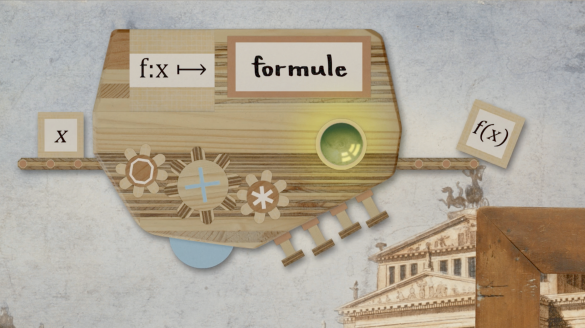


Figure 11. Épisode La méthode d'Euler.

Cette représentation est à la frontière entre le ludique et le pédagogique : le fonctionnement des machines donne une séquence animée joyeuse et amusante ; tout en dédramatisant la notion pour les élèves qui ont du mal avec l'abstraction.

Quelle utilisation en classe ?

Dans les épisodes, Eliott connaît déjà sa leçon, et la mère construit son récit avec la notion connue en prérequis. Il est donc intéressant de montrer des vidéos en classe après avoir fait le cours. Cela permet d'en proposer un éclairage différent, tout en vérifiant que les élèves l'ont bien comprise. Mais on peut aussi présenter les vidéos avant le cours, comme une brève introduction. Par ailleurs, la dimension historique et sociale des situations présentées peut être le point de départ de discussions en classe, ou d'une intervention du professeur d'histoire.

Enfin, il faut signaler que nous avons parfois fait le choix de ne pas développer les calculs : nous indiquons la logique du raisonnement et donnons le résultat final (par exemple : l'équation de la courbe d'Agnesi, le calcul des probabilités dans l'épisode sur Thomas Bayes). Ces développements peuvent être proposés en classe, tout comme les exercices des fiches complémentaires disponibles sur le site de Lumni.

Le conseil scientifique

Martin Andler

Quand Cassia Sakarovitch m'a proposé de faire partie du conseil scientifique et, en fait, de l'animer,

j'ai tout de suite été séduit par le projet. Depuis longtemps, je pense qu'il faudrait, à tous les niveaux d'enseignement, mieux parvenir à fournir aux élèves et étudiants des éléments de contextualisation de ce que nous enseignons. **Lorsqu'un nouveau concept est présenté, cet effort peut consister en une explication des enjeux internes aux mathématiques (par exemple, la détermination des tangentes à une courbe est une source du calcul différentiel), des enjeux externes venant d'autres domaines, comme la physique bien sûr, mais aussi les statistiques publiques, et naturellement du contexte historique de l'apparition du nouveau concept.**

Le deuxième aspect qui m'a plu était qu'il s'agissait de produire un outil directement utilisable par les enseignants et leurs élèves. Il existe maintenant pas mal de réalisations magnifiques montrant des mathématiques assez avancées à un grand public et/ou au public scolaire (on peut penser à *Dimensions et chaos* de É. Ghys, J. Leys et A. Alvarez, à la série de conférences citée plus haut *Cédric Villani, un mathématicien aux Médailles*, à *Voyages au pays des maths*, aux captations des conférences *Un texte, un mathématicien*, etc.). Le but de la *Grande Aventure* est différent : c'est un outil *pour la classe*, qu'on peut montrer en classe ou demander aux élèves de regarder comme préparation ou complément d'un cours. Faire un document très court (six minutes) était la condition nécessaire pour jouer ce rôle d'appui au professeur, pas de le remplacer.

Le défi, dont je n'avais pas mesuré toute la difficulté au départ, était de faire, dans un format aussi court, une présentation fidèle sur le plan historique, correcte mathématiquement, et utile pédagogiquement. C'est pourquoi j'ai voulu que notre conseil scientifique comprenne des historiens des sciences, mais que ceux-ci soient bien conscients des enjeux pédagogiques – ça a été une grande chance qu'Évelyne Barbin et Marc Moyon acceptent de rejoindre le projet. Il fallait aussi bien sûr des professeurs de lycée en exercice. Ainsi, Luca Agostino (devenu entretemps IA-IPR), Nathalie Chevalarias et François Plantade nous




ont rejoints. Enfin Tatiana Beliaeva, enseignante-chercheuse à l'INSPE de Strasbourg et, à ce titre, également très impliquée dans l'enseignement des mathématiques, a complété notre équipe.

Nos discussions ont porté sur la détermination des quinze sujets, avec le souci d'équilibrer entre les différentes parties du programme. Puis, pour chaque épisode, une fois décidé quel serait son thème précis, deux d'entre nous étaient plus particulièrement en charge d'indiquer des pistes pour le scénario et les illustrations, puis de discuter le texte, parfois jusqu'au niveau des adjectifs, en sachant qu'une phrase de plus ici, ça serait une phrase de moins ailleurs. Naturellement, les collègues historiens étaient plus préoccupés par la vérité historique, les mathématiciens soucieux du niveau adéquat de rigueur, les enseignants d'intelligibilité par les élèves et de conformité au programme. *In fine*, mon rôle était de trouver le bon équilibre, vite, car il y avait aussi une contrainte de temps, liée aux délais à tenir.

Acteurs, un peu, mais nous étions surtout spectateurs d'un énorme travail de Cassia et Gwen, porteurs du processus de création et de réalisation : une idée, qui devient un scénario, qui se traduit par un texte ; puis arrive le choix des illustrations, la mise en images (qui permet parfois de soulager le texte, car l'illustration fait passer l'idée encore mieux que les paroles).

Belle expérience !

Accessibilité

Tous les épisodes de la série, ainsi que les fiches d'exercices liées à chaque épisode, sont accessibles gratuitement et dans toute la France, DOM-TOM compris, pour les élèves et les professeurs, sur la plateforme internet de Lumni .

Liste des épisodes

Nous avons construit la série de manière à aborder de façon équilibrée les cinq grandes parties

du programme de Première : algèbre, analyse, géométrie, probabilités, algorithmique. Voici la liste des épisodes :

- Pascal et Fermat, à l'origine des probabilités ;
- Al-Khwârizmî, le père de l'algèbre ;
- Fibonacci, de la numération décimale aux suites ;
- Al-Kashi, de la trigonométrie à l'astronomie ;
- Descartes et la géométrie analytique ;
- Galilée et la chute des corps ;
- Leibniz et Newton, le calcul infinitésimal ;
- Agnesi et l'étude des courbes ;
- Héron d'Alexandrie, l'approximation de racines ;
- La méthode d'Euler ;
- Abel et Galois, les équations algébriques ;
- du Châtelet, la force des expériences scientifiques ;
- Bayes et les probabilités conditionnelles ;
- Hardy-Weinberg, les probabilités au service de la génétique ;
- Les vecteurs, une aventure collective.



Cassia Sakarovitch est diplômée en management à l'ESCP et en production à la Fémis et à la Filmakademie de Ludwigsburg. Elle a fondé sa société de production, Shim Sham films, en 2012, avant de passer à la réalisation. Elle travaille essentiellement sur des sujets culturels ou scientifiques, souvent dans une démarche de vulgarisation au grand public.

Après avoir suivi une formation théâtrale et obtenu une licence de cinéma, le parcours de Gwenael Mulsant se partage entre l'écriture, le montage, l'animation et la réalisation. À chaque fois l'idée reste la même : bien raconter une bonne histoire.

Martin Andler est professeur émérite de mathématiques à l'université de Versailles St-Quentin, spécialiste des groupes de Lie, il a aussi réalisé des travaux en histoire des mathématiques. Notamment dans le cadre de l'association Animath, il s'est beaucoup investi depuis 25 ans dans la popularisation des mathématiques auprès des collégiens et lycéens.

Sommaire du n° 552



Automat(h)ismes

Éditorial

1

Fabrication de très grandes boîtes... la suite !

Florence Soriano-Gafiuk & Manuella Freyermuth 59

Opinions

✦ La parole au groupe « Fondamentaux et Automatismes »

Groupe « Fondamentaux et Automatismes » 3

Croisements de points de vue sur la mesure

Aurélié Chesnais & Valérie Munier 8

✦ Automatismes ou automathismes ?

Éric Trouillot 21

✦ Des Mises En TRAIN pour bien démarrer

Claire Piolti-Lamorthe & Sophie Roubin 26

Avec les élèves

✦ Des rituels en collège

Lydie El-Halougi 35

Double vue

Jean-Christophe Deledicq 39

✦ MathsMentales

Sébastien Coge 41

✦ MathALÉA : du nouveau !

Ève Chambon, Lydie El Halougi & Stéphane Guyon... 45

✦ Automatismes : un peu, beaucoup, passionnément...

Céline Bruel & Élise Locatelli 50

Ouvertures

La loi de Benford

Jean Lefort 56

La Grande Aventure des maths

C. Sakarovitch, G. Mulsant & M. Andler 65

Des bulles aux polyèdres

Richard Cabassut 71

Récréations

Au fil des problèmes

Frédéric de Ligt 75

Des problèmes dans nos classes

Valérie Larose 77

Au fil du temps

Hommage à Guy Brousseau

Éric Barbazo 79

Le CDI de Marie-Ange

Marie-Ange Ballereau 81

Matériaux pour une documentation

83

Les fichiers *Evariste* : toujours d'actualité !

Jean Fromentin & Nicole Toussaint 87

Des étudiants aux Journées Nationales à Rennes

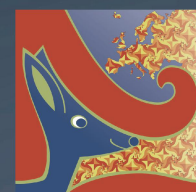
Christophe Rivière 90

Mes premières Journées Nationales

Matthieu Boutier 94



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr