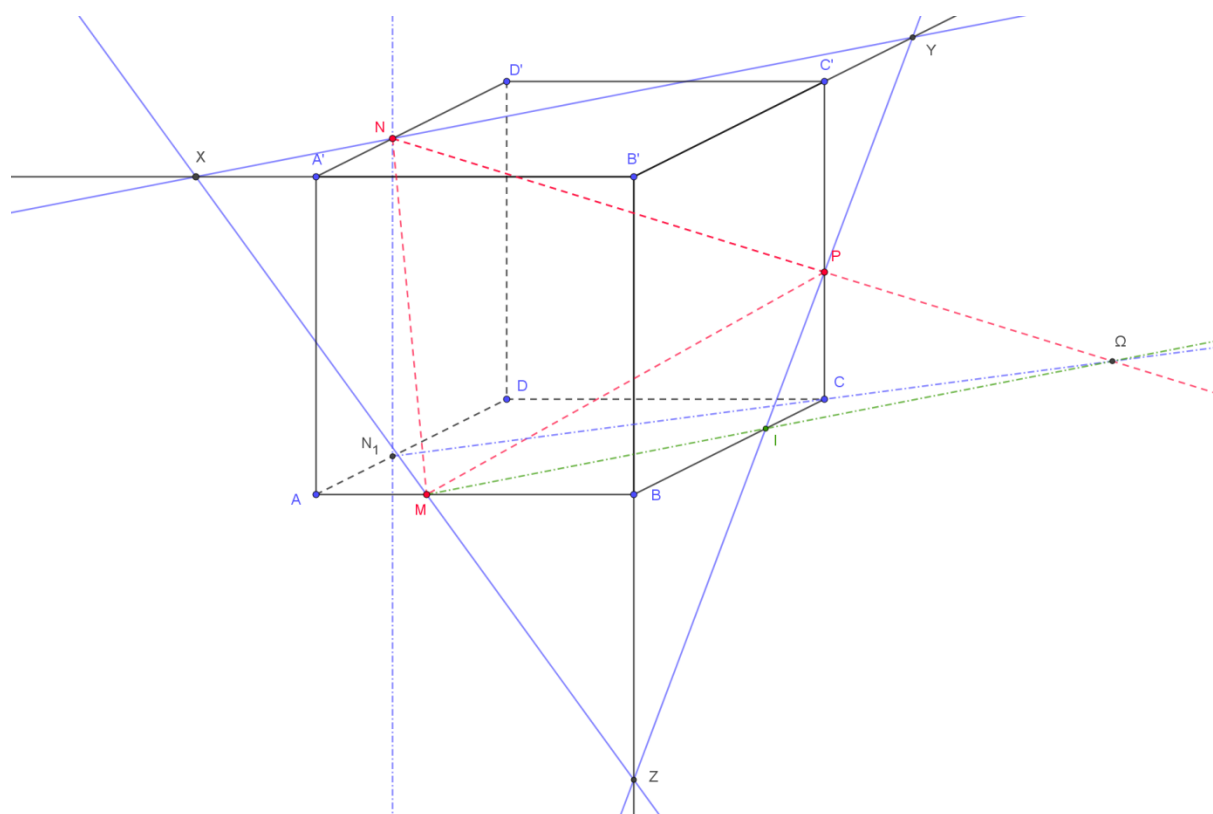


Solution du problème 550-4

Construction à la règle seule de la section du cube par le plan (MNP)



Notons $\wp$ le plan (MNP) . Soit J le point de la droite $(D'C')$ tel que $(NJ) = \wp \cap (A'B'C')$. La position des points M, N et P nous assure que les intersections envisagées ci-dessous sont non vides.

(NJ) coupe $(A'B')$ en un point noté X et $(B'C')$ en un point noté Y . Les points X et Y sont des points de la droite (NJ) , ce sont donc des points du plan $\wp$.

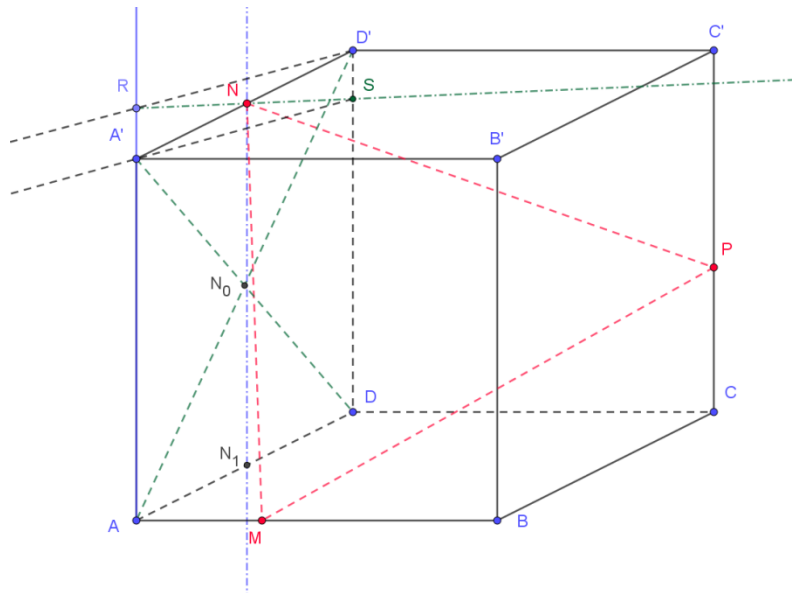
Soit Z l'intersection des droites (XM) et (BB') ; les points X et M étant des points du plan $\wp$, la droite (XM) est incluse dans ce plan $\wp$ et par conséquent Z est un point du plan $\wp$. On en déduit que les points Z, P et Y sont des points de $\wp$ et de la face $(BB'C'C)$. Ils sont donc alignés.

Par conséquent $\wp = (MNP)$. En notant I le point d'intersection de (ZP) et (BC) , et J celui de (XM) et (AA') , la section de $\wp$ et du cube sera donc déterminée dès qu'on pourra tracer un des points X, Y, Z, I, J ou K , les autres s'en déduisant par tracé à la règle.

Notons Ω le point d'intersection de (NP) avec la base $(ABCD)$ et N_1 le projeté orthogonal de N sur la même base. Le projeté orthogonal de P sur cette base est C et par conséquent la projection de la droite (NP) est la droite (N_1C) . On en déduit que le point Ω est un point de (N_1C) . On peut donc construire le point Ω comme intersection des droites (NP) et (N_1C) .

Par construction, les droites (MI) et (NP) sont des droites concourantes de $\wp$. La droite (MI) étant dans la base $(ABCD)$, les deux droites se coupent en un point de (NP) et de la base $(ABCD)$ c'est-à-dire Ω . Par conséquent le point I est l'intersection de $(M\Omega)$ et (BC) .

Il suffit alors de tracer les diagonales de la face $(ADD'A')$ et de choisir N_0 comme intersection de ces diagonales. On vérifie aisément que la droite ainsi tracée (NN_0) est parallèle à (AA') et on termine comme précédemment.



En conclusion pour construire la trace de la section de (MNP) et du cube.

- On trace par le procédé décrit ci-dessus le point N_1
- On trace Ω l'intersection des droites (N_1C) et (NP)
- On trace I intersection des droites $(M\Omega)$ et (BC)
- Le tracé de la droite (PI) détermine les points Y et Z
- Le tracé des droites (NY) et (MZ) détermine les points J , X et K
- Il ne reste plus qu'à tracer le polygone $(MIPJNKM)$

