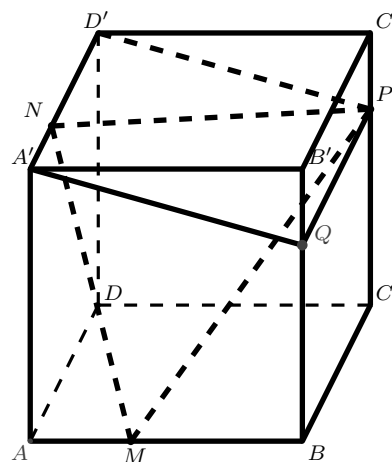


On considère un cube $ABCD A'B'C'D'$,
 $(ABCD$ et $A'B'C'D'$ sont deux faces parallèles et $[AA']$
 $, [BB']$, $[CC']$ et $[DD']$ sont des arêtes)
 et on se donne trois points $M \in]AB[$, $N \in]A'D'[$ et
 $P \in]CC'[$.

Il faut construire à la règle seule la section du cube par
 le plan (MNP) .



**1°) Construction de l'intersection du plan $(ND'P)$ et de la face $(ABA'B')$
 qui permettra de trouver l'intersection de la droite (NP) et du plan (ABA') .**

Les faces $(ABB'A')$ et $(DCC'D')$ étant parallèles , le plan $(ND'P)$ coupe la face $(DCC'D')$ suivant le segment $[D'P]$,il coupe alors la face $(ABB'A')$ suivant le segment $[A'Q]$ parallèle à $[D'P]$ tel que $Q \in [BB']$.

Pour construire le point Q ,comme le quadrilatère $(A'D'PQ)$ est un parallélogramme et que $(B'C') // (A'D')$, on va construire la parallèle à la droite $(B'C')$ passant par P,celle-ci coupera $]BB'[$ au point Q .

Pour construire cette parallèle à la règle seule ,on utilise le résultat suivant :

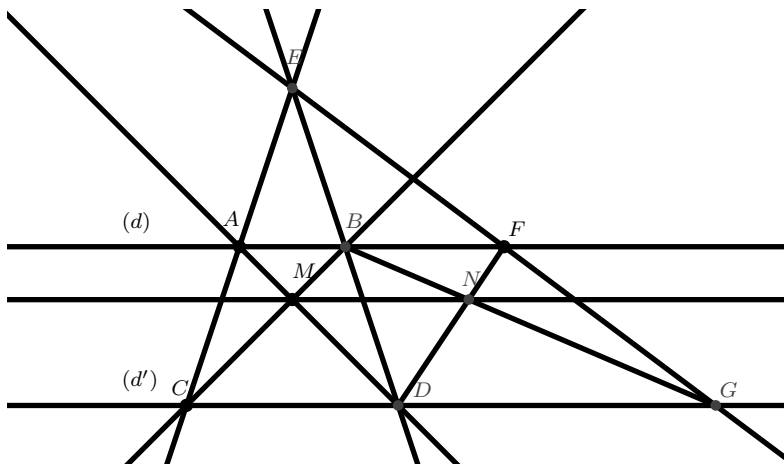
La polaire d'un point par rapport à deux droites parallèles est une droite parallèle à ces deux droites. Ce théorème permet de construire la parallèle à deux droites parallèles passant par un point donné à la règle seule.

Construction de la polaire d'un point M par rapport à deux droites parallèles (d) et (d')

On veut construire la droite passant par M et parallèle à ces deux droites.

On place deux points A et B sur (d) et C et D sur (d') tels que les segments $[AD]$ et $[BC]$ se coupent en M et $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en un point E puis on trace une droite passant par E qui coupe respectivement la droite (d) en F et (d') en G .

Les segments $[BG]$ et $[DF]$ se coupent au point N .La droite (MN) est parallèle aux deux droites (d) et (d') . (MN) est la polaire du point E par rapport à (d) et à (d') .



Construction du point Q de l'arête $]BB'[,$ tel que la droite $(A'Q)$ soit parallèle à la droite $(D'P)$

On choisit $(d) = (BC)$ et $(d') = (B'C')$ puis on choisit un point E de la droite $(B'C')$ et un point H de la droite (BC) tels que (BE) et $(B'H)$ se coupent en P et (BB') et (EH) se coupent en un point G.

On choisit ensuite un point F de $(B'C')$, la droite (GF) coupe la droite (BC) en un point I .

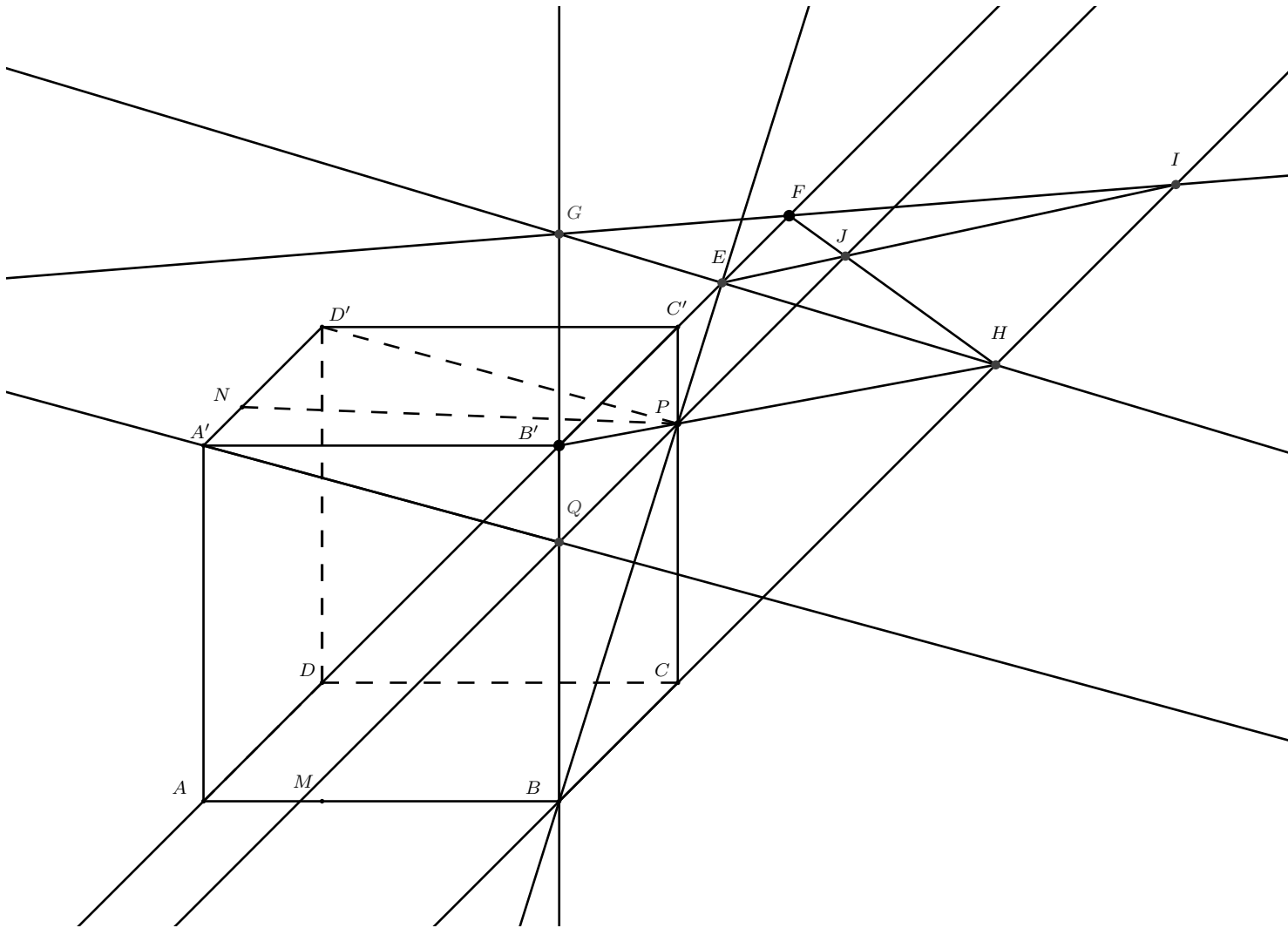
Les segments $]EI[$ et $]FH[$ se coupent au point J .

La droite (PJ) est la polaire du point G par rapport aux deux droites parallèles (BC) et $(B'C')$. d'après le théorème , elle est parallèle aux droites $(d) = (BC)$ et $(d') = (B'C')$.

La droite (PJ) coupe le segment $]BB'[,$ au point Q .

Comme les segments $[QP]$, $[B'C']$ et $\{A'D'\}$ sont parallèles et de même longueur ,le quadrilatère $A'D'PQ$ est un parallélogramme ,

$(A'Q)$ est parallèle à $(D'P)$. $[A'Q]$ est l'intersection du plan $(ND'P)$ et de la face $(ABB'A')$



3. Section du cube par le plan(MNP)

a) Section des faces (ABB'A') et (ADD'A') par le plan(MNP)

La droite $(A'Q)$ est l'intersection des plans $(ND'P)$ et (ABB') .

Les droites (NP) et $(A'Q)$ sont dans le même plan $(ND'P)$, comme $N \in]A'D'[,$ ces droites sont concourantes, elles se coupent en un point R.

La droite (RM) est l'intersection des plans (ABB') et (MNP) car R et M appartiennent aux deux plans .

La droite (RM) coupe le segment $[AA']$ en un point N' . La droite (RM) et par conséquent le plan (MNP) coupent la face $(ABB'A')$ suivant le segment $[N'M]$, et on déduit alors que le plan (MNP) coupe la face $(ADD'A')$ suivant le segment $[NN']$.

b). Section des faces (ABCD) et (BCC'B')

La droite (RM) coupe la droite (BB') au point S .

La droite (SP) coupe le segment $[BC]$ en un point M' , et la droite $(B'C')$ en un point T , il résulte que la droite (SP) , et par conséquent le plan (MNP) , coupe la face $(BCC'B')$ suivant le segment $[M'P]$

La droite (NT) coupe le segment $[C'D']$ en un point P' .

La droite (NT) (et par conséquent le plan (MNP)) coupe la face $(A'B'C'D')$ suivant le segment $[NP']$ et la face $(DCC'D')$ suivant le segment $[PP']$.

La section du cube par le plan(MNP) est l'hexagone NN'MM'PP'.

