

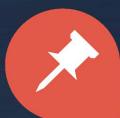
Le bulletin de l'APMEP - N° 553

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Juillet, août, septembre 2024

Accompagnement des élèves



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufilesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est jointe la plaquette
Visages 2024-2025 de l'APMEP.

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Alexane LUCAS, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Audrey DUGUE, Nada DRAGOVIC, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Pol LE GALL.

Équipe T_EXnique : Sylvain BEAUVOIR, Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Olivier GÉRARD, Benoît MUTH, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Nicolas PETIOT, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondant Publimath : François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : septembre 2024. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau



*Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à :
frederic.deligt2@gmail.com
ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON*

Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.

Frédéric de Ligt



553-1 Une somme circulaire (Patrick David - Cergy)

Si x , y et z sont trois entiers naturels non nuls tels que $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ est un entier, montrer qu'alors le produit xyz est un cube d'entier.

Question ouverte

Quels sont les entiers naturels qu'il est possible de décomposer sous la forme $\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ avec x , y et z des entiers naturels non nuls ?



553-2 Suite universelle (Nathan Couchet - Mulhouse)

On pourrait qualifier d'universelle une suite $(a_n)_{n \geq 0}$ de réels strictement positifs qui aurait la particularité suivante :

Pour toute suite réelle $(u_n)_{n \geq 0}$ il faut et il suffit que $(u_n)_{n \geq 0}$ soit bornée pour que la série de terme général $a_n u_n$ soit absolument convergente.

Mais existe-t-il au moins une suite universelle ?

553-3 Une équation fonctionnelle (Jean-Christophe Laugier - Rochefort)

Existe-t-il une fonction f de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$ telle que $f \circ f(n) = n^2$ pour tout entier n ?

553-4 Thérapeutique (Daniel Perrin - Orsay)

Le docteur Victor Ticoli, médecin généraliste à Saint-Tricotin-Sur-Pelote (Marne-et-Garonne) a expérimenté sur ses patients atteints de la fractionnrite aiguë un traitement révolutionnaire. Il a constaté que son traitement était efficace dans 52,05 % des cas (pourcentage arrondi au centième).

Sachant que la fractionnrite est une maladie assez rare qui touche certainement moins de 100 patients du docteur Ticoli, déterminer le nombre exact de patients atteints par la maladie et pour combien d'entre eux le traitement a été efficace.





À propos des problèmes parus précédemment

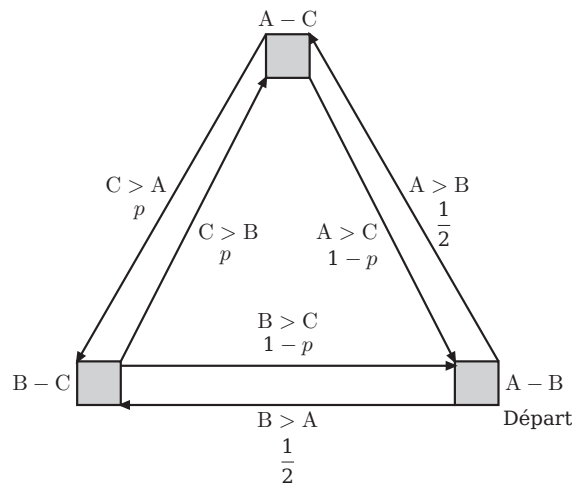
550-4 Construction

La solution de Bernard Coutu (Quint-Fonsegrives) n'a pas été commentée dans le numéro précédent ; la méthode qu'il propose pour construire la section du cube est semblable à celle décrite par d'autres auteurs.

551-1 Une variante du problème de la poule à trois joueurs

On peut résumer les arguments de Philippe Févotte (Albi) et de Bernard Coutu (Quint-Fonsegrives) par un graphe probabiliste. Si on note p la probabilité que C gagne contre A ou B alors la probabilité que C l'emporte finalement est donnée par la somme des termes d'une suite géométrique de premier terme p^2 et de raison $\frac{p(1-p)}{2}$, ce qui donne $\frac{2p^2}{p^2 - p + 2}$.

Pour un jeu équitable il suffit que cette dernière expression soit égale à $\frac{1}{3}$. D'où $p = \frac{-1 + \sqrt{41}}{10} \approx 0,5403$ soit un peu plus de $\frac{1}{2}$.



Philippe Févotte a écrit un programme en langage Python qui permet de simuler le jeu et de déterminer une estimation de la probabilité de gain de C en fonction de p .

551-2 Une rosace trilobée

Gros succès pour cette construction de rosace qui a inspiré de nombreux lecteurs. Pierre Renfer (Saint-Georges d'Orques) observe qu'une homothétie, dont le centre est le centre du grand cercle, transforme les trois points de tangence des cercles intérieurs sur le grand cercle en les centres des petits cercles intérieurs. Le calcul du rapport d'homothétie donne un nombre qui est constructible à la règle et au compas. Marie-Nicole Gras (Le Bourg d'Oisans), Jacques Vieulet (Ibos) et Ludovic Jany (Bolquère) procèdent de même et proposent de plus une construction effective de ce nombre. Ludovic Jany s'impose comme contrainte supplémentaire de construire ce nombre avec un compas rouillé ouvert sur le rayon du grand cercle.

Michel Sarrouy (Mende) propose une construction détaillée des trois cercles intérieurs au compas rouillé ouvert sur le rayon du grand cercle sans aucun calcul préalable, puis enchaîne sur la construction des trois



cercle extérieurs, tangents eux aussi au cercle initial et tangents entre eux. D'autres, comme François Lombard (Sarrebouurg), Maurice Bauval (Versailles), Philippe Févotte (Albi) ou Bernard Coutu (Quint-Fonsegrives) ont exprimé le rayon du cercle intérieur en fonction de celui du grand cercle et construisent ensuite cette longueur. François Lombard étudie la question plus générale des rosaces n -lobées et fournit aussi le dessin géométrique d'une fenêtre ogivale tirée d'un cours de V. Darchez de 1918 (trois volumes chez Belin).

Enfin Jean-Noël Gers (Villeneuve d'Ascq) et Bernard Coutu utilisent, de façon plus ou moins explicite selon ces auteurs, deux remarques qui permettent une construction très simple des centres des cercles intérieurs :

- le cercle initial est inscrit dans un triangle équilatéral dont le centre, une fois relié à ses trois sommets devient le sommet commun de trois triangles dont les cercles inscrits sont précisément les cercles à construire ;
- le cercle circonscrit d'un triangle équilatéral a même centre que son cercle inscrit et un rayon double.

551-3 La fraction magique

Daniel Perrin (Orsay) propose une étude très fouillée de la question qu'il a posée. Il présente diverses conditions qui permettent de rendre plus aisée la recherche de ces fractions. La taille du numérateur étant fixée, il propose d'abord une construction des fractions à partir du numérateur, une règle ayant permis de restreindre les valeurs possibles de celui-ci, puis une autre à partir du dénominateur. Enfin il conclut en ouvrant sur une jolie conjecture, très plausible, mais qui semble bien difficile à établir rigoureusement. Je vous laisse regarder sur le site.

François Lombard (Sarrebouurg) explore le problème dans le cas d'un dénominateur à quatre chiffres en débutant par une remarque semblable à celle de Daniel Perrin dans le début de son étude, ce qui lui permet de construire un exemple de fraction magique.

551-4 Bonne année

Bien sûr, de nombreuses bonnes réponses reçues pour cet énoncé qui ne présentait pas de difficultés. La plupart des solutions, comme celles de Maurice Bauval (Versailles), de Bernard Coutu (Quint-Fonsegrives), de Ludovic Jany (Bolquère), de Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques), de Jacques Vieulet (Ibos), de François Lombard (Sarrebouurg), d'Emmanuel Journaux (Lourdes) et de Yannis Breney (Luxeuil-les-Bains), s'appuient sur la différence membre à membre des équations puis sur une factorisation assez naturelle. Tous obtiennent le triplet (674 ; 2 ; 675) comme solution pour $(a ; b ; c)$. Certains ajoutent aussi (2024 ; 0 ; 2023), en supposant que b puisse être nul. Vincent Thill (Migennes), comme à son habitude, emprunte des chemins de traverse pour parvenir au triplet (674 ; 2 ; 675). Il pose $c = a + k$ avec k entier relatif. Il en déduit que $b = \frac{k+1}{k}$ qui est un entier non nul seulement pour $k = 1$, d'où il tire les valeurs de a et de c .

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse :  (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).



Sommaire du n° 553



Accompagnement des élèves

Éditorial

Opinions

- ✦ **Groupes de niveaux en mathématiques au collège**
Jean-Claude Rauscher 3

De l'utilisation des matériels de numération
Serge Petit..... 6

- ✦ **Quel avenir pour l'inclusion ?**
Claire Lommé 12

Avec les élèves

Les fractions, c'est pas du gâteau !
Guillaume Assali..... 14

« **Le plus grand produit** » en CM1
G. Aldon, F. Margerand, S. Roussel & A. Viry-Leroi ... 26

Vers la ligne graduée en Grande Section
Alexandra Homs 34

Suivi d'une constellation sur les grandeurs
Mathilde Pretis..... 38

- ✦ **Vers plus d'autonomie**
Amélie Cazottes..... 43

- ✦ **Accompagner les élèves en lycée professionnel**
Mélanie Berthelot-Lepage 47

- 1 ✦ **Un RallyCoach avec les élèves ?**
Erwan Démézet & Gaëlle Morvan..... 52

- ✦ **La compétence « Chercher » en Troisième**
Morgan Gilot 59

Ouvertures

Les mystères du sphinx
Yves Farcy..... 66

Relations de voisinage au pays basque
Pierre Carriquiry..... 73

Récréations

Au fil des problèmes
Frédéric de Ligt..... 78

Des problèmes dans nos classes
Valérie Larose..... 81

Au fil du temps

Le CDI de Marie-Ange
Marie-Ange Ballereau..... 83

Matériaux pour une documentation 85

Les blocs de base 10
Gonzague Jobbé-Duval 89



CultureMATH

