

551-2 Une rosace trilobée

Si le rayon de C est R et le rayon des 3 cercles est 1, les centres des 3 cercles sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté 2, de hauteur $\sqrt{3}$. Le rayon R est égal à 1 + les 2/3 de cette hauteur donc $R = 1 + (2/3)\sqrt{3}$.

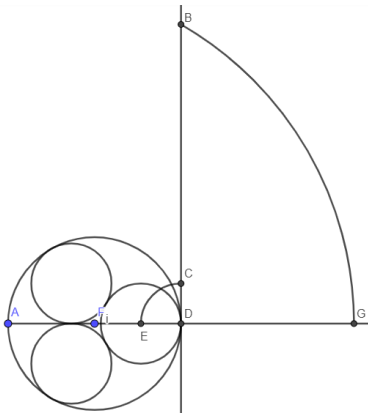
Inversement si le rayon R = 1 les rayons des trois cercles valent $r = 1/(1 + (2/3)\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3$.

Ce résultat peut aussi s'obtenir par application du théorème de Descartes :

$$\left[\frac{3}{r} - 1 \right]^2 - 2 \left[\frac{3}{2} + 1 \right] = 0$$

Construction : Soit AD un diamètre du cercle C de centre O (on suppose $AD = 2$).

Soit G symétrique de A par rapport à D. Un arc de cercle de centre A de rayon AG coupe en B la perpendiculaire en D à AD. Longueur $DG = 2\sqrt{3}$. Sur BD on place C tel que $BC = 3R = 3$. On obtient $DC = 2\sqrt{3} - 3 = r$. Un arc de cercle de rayon DC coupe en E le diamètre AD. Le cercle de centre E de rayon EC est l'un des trois petits cercles.



On sait construire le triangle équilatéral de centre O et dont un sommet est E, d'où les centres des deux autres petits cercles.