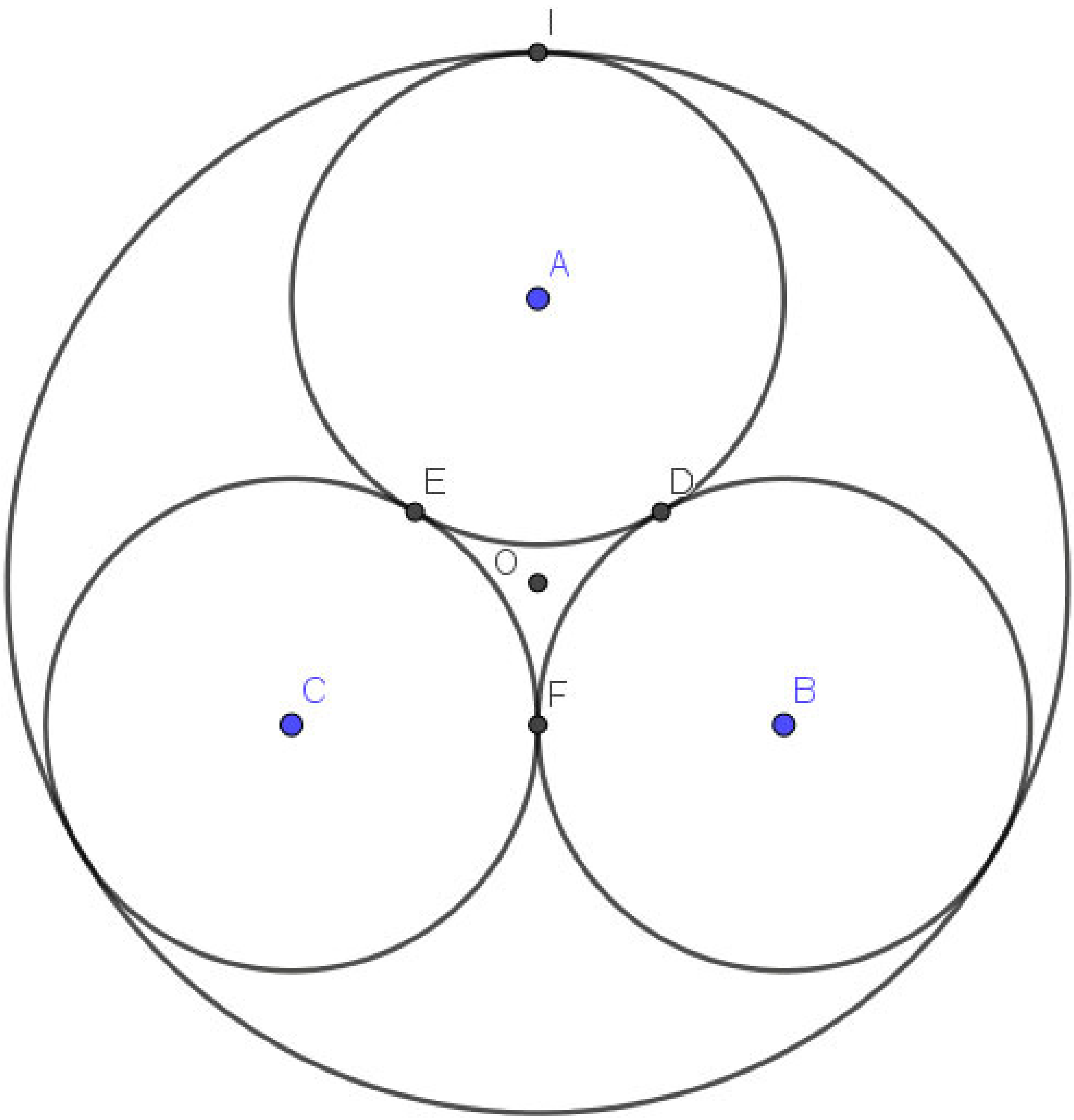
Exo 551 -2

Préambule



On note A, B et C les centres des cercles inscrits de rayon R, le triangle ABC est équilatéral. Le grand cercle est de centre O et de rayon 1.

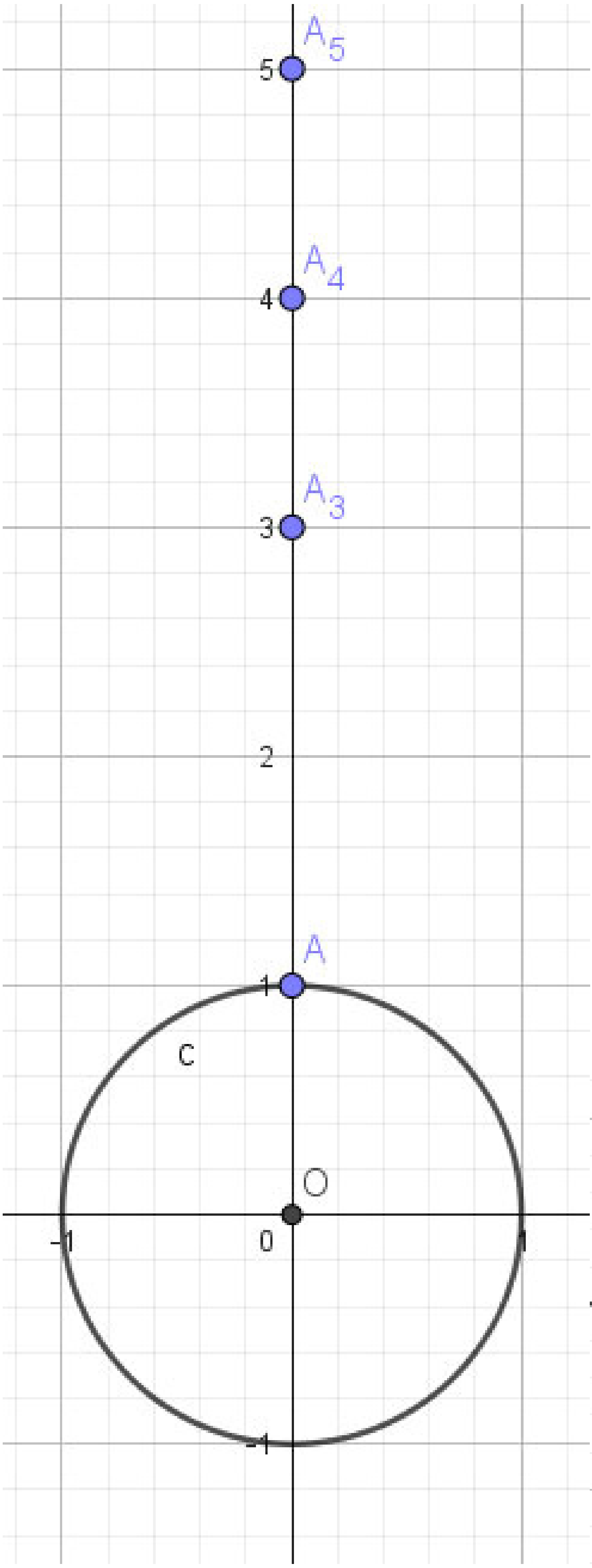
Dans le repère orthonormé classique $A(0,a)$, $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a,\frac{1}{2}a\right)$ et $C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a,-\frac{1}{2}a\right)$, il vient $R = IA = 1-a$ et

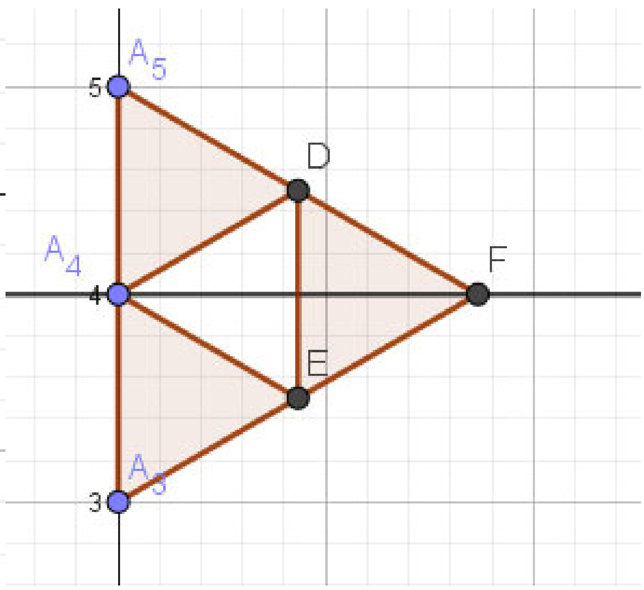
$R = BF + CF = CE = EA = DA = DB = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Donc $1-a=\frac{\sqrt{3}}{2}a$ soit $1=\frac{\sqrt{3}}{2}a+a=a\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+1\right)$ et $a=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}+1}=\frac{2}{\sqrt{3}+2}=\frac{2(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}=4-2\sqrt{3}$

Construction

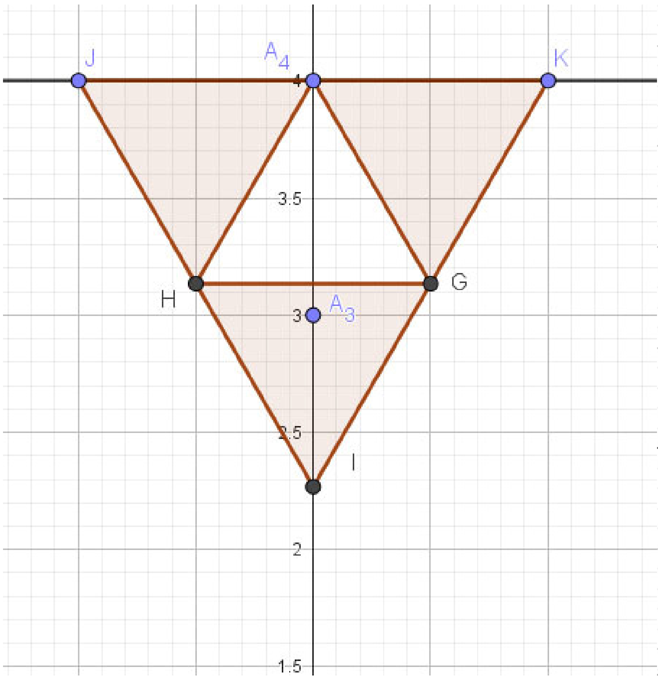
On va construire les centres des cercles inscrits à la règle non graduée et au compas rouillé.
On trace le cercle de centre O et de rayon l'écartement du compas rouillé.
On trace une droite de passant par O qui coupe le cercle en A.
On place les points A_3, A_4 et A_5 en reportant le rayon sur la droite, 3, 4 et 5 fois.

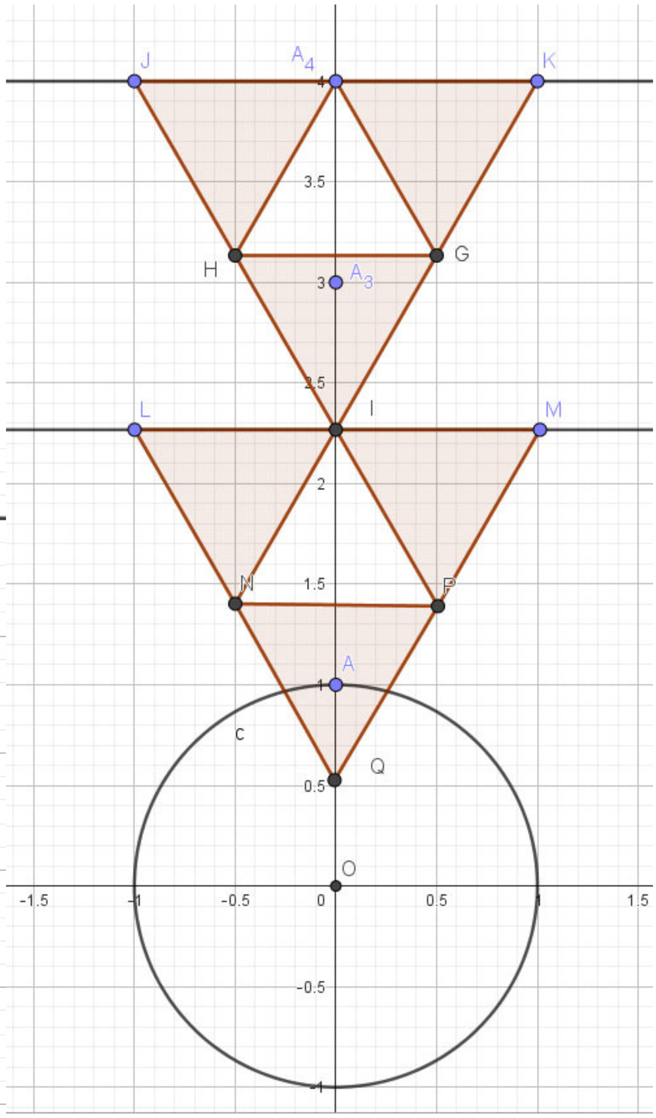




Avec nos outils on trace les triangles équilatéraux A_3A_4E, A_5A_4D et DEF. Cela permet de tracer la perpendiculaire à une droite passant par un point donné.

Dans le même esprit on trace les triangles équilatéraux comme sur la figure suivante et on recommence.





Dans le cercle trigonométrique on fait un hexagone régulier ou une rosace pour faire les deux autres axes et l'on recommence la construction précédente.