

Problème n° 551 - 4 "Bonne année"

Résoudre en nbs entiers

$$\begin{cases} ab + c = 2023 & (1) \\ a + bc = 2024 & (2) \end{cases}$$

(2) - (1) : $a + bc - ab - c = 1$
 $a(1-b) + c(b-1) = 1$
 $(b-1)(c-a) = 1$

d'où les systèmes $\begin{cases} b-1 = 1 \\ c-a = 1 \end{cases}$ et $\begin{cases} b-1 = -1 \\ c-a = -1 \end{cases}$ ($\times \times$)

(*) $b = 2$ et $c = a + 1$ \Rightarrow repartir de (1) $2a + a + 1 = 2023$
 soit $a = \frac{2022}{3} = 674$ et $c = 675$

(***) $b = 0$ et $c = a - 1$ \Rightarrow repartir de (1) $a - 1 = 2023$
 soit $a = 2024$ et $c = 2023$

Finalement on a 2 solutions, les triplets $\{2024, 0, 2023\}$

et $\{674, 2, 675\}$ - Verifications faites.