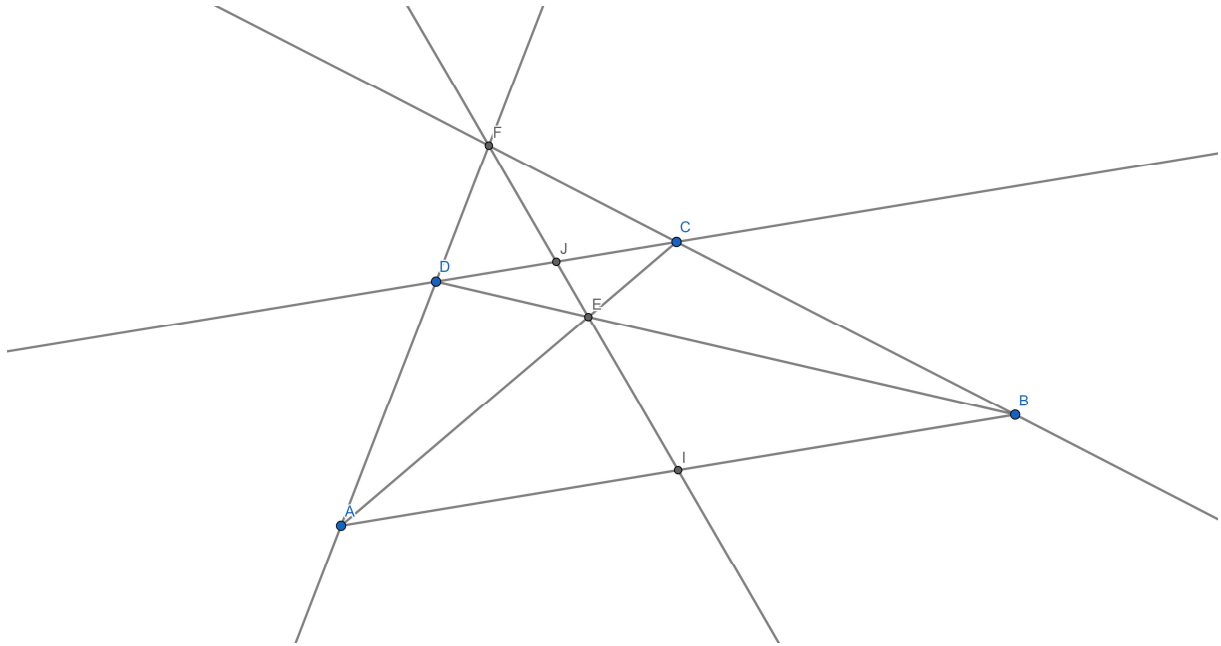




1. La construction :

- a. le segment  $[AB]$  et la droite  $(d)$  parallèle à  $(AB)$  sont donnés.
- b. Soient  $C$  et  $D$  sur  $(d)$  deux points tels que  $(AD)$  et  $(BC)$  se coupent en  $F$ .
- c. Soit  $E$  l'intersection de  $(AC)$  et  $(BD)$
- d. La droite  $(EF)$  coupe  $[DC]$  en  $J$  et  $[AB]$  en  $I$
- e.  $A, I, B$  alignés par construction et  $I$  milieu de  $[AB]$  ?

2. Démontrons que  $I$  est milieu de  $[AB]$

- a. Soient  $H(F, k)$  et  $H'(E, k')$  deux homothéties.
- b. Telles que :  $H(D)=A$  ;  $H(C)=B$  ;  $H(J)=I$
- c.  $H'(B)=D$  ;  $H'(A)=C$  ;  $H'(I)=J$
- d. On déduit vectoriellement de 2.b :  $\vec{AI} = k \cdot \vec{DJ}$  et  $\vec{IB} = k \cdot \vec{JC}$
- e. On déduit vectoriellement de 2.c :  $\vec{DJ} = k' \cdot \vec{BI}$  et  $\vec{JC} = k' \cdot \vec{IA}$
- f. De 2.d et 2.e on obtient :  $\vec{AI} = kk' \cdot \vec{BI}$  et  $\vec{IB} = kk' \cdot \vec{IA}$
- g.  $\vec{AI} + \vec{IB} = \vec{AB} = kk' \cdot \vec{BI} + kk' \cdot \vec{IA} = kk' \cdot \vec{BA}$  donc  $kk' = -1$  et  $|kk'|=1$

Conclusion d'après 2.f :  $\vec{AI} = kk' \cdot \vec{BI}$  et  $\|\vec{AI}\| = \|kk' \cdot \vec{BI}\| = |kk'| \|\vec{BI}\| = \|\vec{BI}\|$

Ce qui signifie que  $AI = BI$ .

Comme  $A, I, B$  alignés par construction, et  $AI = BI$  donc  $I$  est milieu de  $[AB]$ .