

552-2 Des parallélogrammes parfaits

Soit ABCD un parallélogramme.

On note : $a = BC = DA$, $b = CA$, $c = AB = CD$, $d = BD$

L'aire S du parallélogramme est le double de l'aire du triangle ABC.

La formule de Héron donne :
$$S = \frac{\sqrt{(a+b+c) \cdot (-a+b+c) \cdot (a-b+c) \cdot (a+b-c)}}{2}$$

La longueur d est le double de la longueur de la B-médiane dans le triangle ABC.

La formule de la médiane donne : $d^2 = 2 \cdot (a^2 + c^2) - b^2$

Il faut donc chercher des entiers a , b , c tels que S et d soient entiers.

A l'aide d'un petit programme, on obtient par exemple la solution :

$$\begin{cases} a = 28 \\ b = 25 \\ c = 17 \\ d = 39 \\ S = 420 \end{cases}$$

Les parallélogrammes parfaits existent donc.