

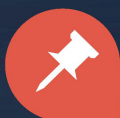
Le bulletin de l'APMEP - N° 559

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université

Janvier, février, mars 2026

Chercher



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN

Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :

<https://afdm.apmep.fr>



Les articles sont en accès libre, sauf ceux des deux dernières années qui sont réservés aux adhérents *via* une connexion à leur compte APMEP.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Claire PIOLTI-LAMORTHE.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Cécile KERBOUL.

Rédacteurs : Vincent BECK, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Magali HILLAIRET, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Marie-Line MOUREAU, Serge PETIT, Thomas VILLEMONTAIX, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » **numériques** : Gwenaëlle CLÉMENT, François COUTURIER, Jonathan DELHOMME, Marianne FABRE, Yann JEANRENAUD, Michel SUQUET, Agnès VEYRON.

Illustrateurs : Éric ASTOUL, Nicolas CLÉMENT, Stéphane FAVRE-BULLE, Pol LE GALL, Olivier LONGUET.

Équipe TeXnique : Laure BIENAIMÉ, Isabelle FLAVIER, Pol LE GALL, Benoît MUTH, Philippe PAUL, François PÉTIARD, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Anne-Sophie SUCHARD.

Maquette : Olivier REBOUX.

Correspondants Publimath : Marie-Line MOUREAU, François PÉTIARD.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : François PÉTIARD

Dépôt légal : mars 2026. ISSN : 2608-9297.

Impression : iLLiCO by L'ARTÉSIENNE

ZI de l'Alouette, Rue François Jacob, 62800 Liévin

Au fil des problèmes



*Vous pouvez adresser vos propositions, solutions ou commentaires par courriel à :
frederic.deligt2@gmail.com
ou par courrier à :
Frédéric de Ligt
3 rue de la Pierrière
17270 MONTGUYON
Pour vos envois, privilégiez le courriel si possible. Si vous le pouvez, joignez à votre
fichier initial une copie au format PDF pour contrôler les formules. Merci d'avance.*

Frédéric de Ligt

559-1 D'après un examen d'entrée à Harvard (François Couloigner - Séméac)

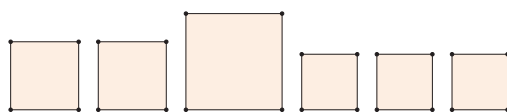
Existe-t-il une fonction f de \mathbb{R} dans \mathbb{R} telle que $f \circ f(x) = x^2 - x + 1$?
Dans l'énoncé soumis au concours d'entrée à Harvard dans les années 80-90, il n'était question que de calculer $f(0)$.



559-2 Un égale deux ou trois (Daniel Perrin - Orsay)

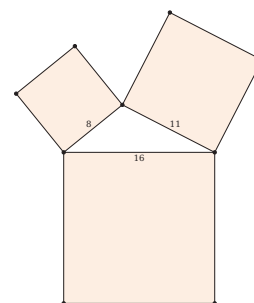
Adhémar Chandise, l'épicier en gros de Saint-Tricotin-sur-Pelote (Marne-et-Garonne) vend aussi parfois des revêtements de sols.

Deux de ses clients, Hortense Aignante et Victor Ticoli lui ont commandé chacun des revêtements pour leur maison, tous deux pour une surface de 24 mètres carrés. Monsieur Chandise a donc préparé deux morceaux carrés de cette surface. Mais il n'a pas compris que madame Aignante voulait cette surface pour revêtir deux pièces carrées de même aire et monsieur Ticoli trois pièces carrées de même aire. Qu'à cela ne tienne, dit monsieur Chandise qui connaît le théorème de Bolyai, je dois bien être capable de découper un carré pour en faire deux de même aire (facile), ou même trois de même aire (ça c'est autre chose !).



559-3 Carrés circulants (Vincent Thill - Migennes)

Trouver tous les triplets d'entiers positifs $a > b > c$ tels que $ab + c$, $ac + b$ et $bc + a$ soient des carrés parfaits. On a par exemple pour $a = 28$, $b = 9$ et $c = 4$: $ab + c = 256$, $ac + b = 121$ et $bc + a = 64$.



559-4 Une belle équation trigonométrique (Fabien Lombard - Sarrebourg)

Si on a $\sin^3(x) = \sin(a - x) \sin(b - x) \sin(c - x)$ avec $a + b + c = \pi$, montrer qu'alors

$$\cotan(x) = \cotan(a) + \cotan(b) + \cotan(c).$$



À propos des problèmes parus précédemment

557-1 Extrait du concours général 1899

Toutes les réponses reçues concluent à l'impossibilité d'obtenir plusieurs solutions en nombres entiers. François Couloigner (Séméac), Daniel Perrin (Orsay), Ludovic Jany (Bolquère), Fabien Lombard (Sarrebouurg) et Arnaud de Bussac (Le Havre) raisonnent en supposant l'existence de deux solutions et aboutissent à leur égalité. Ludovic Jany, en plus de sa recherche personnelle, a posé la question à Gemini et à Chatgpt qui trouvent la bonne réponse en raisonnant de la même façon. Fabien Lombard, dans une seconde approche, et Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques) ont travaillé avec le système donné pour obtenir une équation du second degré dont les coefficients dépendent de a , b et c ; ils montrent ensuite qu'aucun choix de ces coefficients ne permet d'obtenir deux racines distinctes entières. Daniel Perrin a prolongé l'exercice et a traité la question de l'existence et du nombre de solutions réelles puis rationnelles.

557-2 Combien de rectangles ?


Deux réponses reçues. L'une de Ludovic Jany (Bolquère) qui a trouvé sur le site OEIS de Neil Sloane la suite A085582 accompagnée du nombre de rectangles sur une grille $n \times n$. Son programme écrit en langage Python lui confirme que ses premières valeurs sont celles données sur le site. Il fournit aussi trois animations pour illustrer différentes positions des carrés sur la grille. Daniel Perrin (Orsay) construit une formule de dénombrement à partir de carrés primitifs auquel il applique des composées de translations « positives » et des transformations affines « diagonales ». Il teste aussi sa formule, qui est un peu différente de celle présentée par Ludovic Jany, avec un programme en langage Python qui donne exactement les mêmes premières valeurs.

557-3 Des entiers positifs caractérisés

Pour répondre de façon univoque à ces différentes questions, il fallait s'entendre sur le sens du mot positif, c'est-à-dire considérer ou non 0 comme un entier positif. D'où des réponses légèrement différentes de Daniel Perrin (Orsay), de Pierre-Alain Sallard (Paris), de François Couloigner (Séméac) et de Jacques Vieulet (Ibos). Tous les contributeurs ont travaillé sur la divisibilité de l'expression qui donne la somme d'au moins deux termes d'une suite arithmétique de raison un entier naturel non nul. Pierre-Alain Sallard est parvenu à bien caractériser les entiers convenables pour les trois premières questions, Daniel Perrin et Jacques Vieulet sont arrivés au bout des quatre questions. De façon moins parlante, François Couloigner a donné des propriétés caractéristiques de ces entiers plutôt que leur description.

557-4 Des triangles caractérisés

Pour cette délicate question calculatoire, les lecteurs ont tous fixé un côté et cherché, en dehors du cercle de diamètre ce côté, les positions possibles du troisième sommet en fonction de la contrainte imposée. Avec une approche analytique Daniel Perrin (Orsay), François Couloigner (Séméac) et Ludovic Jany (Bolquère) ont obtenu une ellipse de petit axe le côté fixé et dont le grand axe, d'une longueur trois fois plus grande, est situé sur la médiatrice de ce côté. Pierre Renfer (Saint Georges d'Orques) a travaillé en coordonnées barycentriques et obtenu une équation-produit dont un des facteurs n'était pas caractéristique d'un triangle rectangle. Il revient à Daniel Perrin, d'avoir fait le lien entre cette équation et l'équation d'une ellipse. Enfin, Fabien Lombard (Sarrebouurg), auteur de l'énoncé, n'utilise que des longueurs et des angles pour traiter cette question et, s'il n'obtient pas clairement la solution elliptique, du moins précise-t-il sa caractérisation angulaire.

Toutes les contributions de ces auteurs sont consultables sur le site d'*Au fil des maths* à l'adresse :  (onglet RÉCRÉATIONS puis suivre AU FIL DES PROBLÈMES).

Sommaire du n° 559



Chercher

Éditorial

Opinions

✦ Être chercheur...

Julien Barré 3

✦ Chercher

Olivier Longuet 5

Avec les élèves

✦ Construction du village des Lilliputiens

Manuela Freyermuth & Florence Soriano-Gafiuk 7

✦ Démarche d'investigation en maths

*L. Mortier-Cougoulic, É. Covez, C. Guillon-Kroon,
O. Poulard & G. Simonneau* 17

✦ Renouer avec le plaisir de chercher

Angelo Laplace 23

✦ Et si on cherchait ?

Lise Malrieu 35

✦ Chercher ? Ça s'apprend... et ça s'évalue !

Équipe DREAM (IREM de Lyon) 46

Ouvertures

Des élections prétendument équitables

Antonella Perucca 55

✦ Les fils d'Ariane

Philippe Grillot & Ilme Gruner 59

1 Récréations

✦ Au fil des problèmes

Frédéric de Ligt 63

✦ Problèmes dans nos classes

Séverine Chassagne-Lambert & Cécile Kerboul 65

Duo de flocons

Robert March 67

Au fil du temps

Curiosité de Roger Mansuy

Valérie Larose 75

Matériaux pour une documentation

 77

Hommage à Michèle Audin

Régionale d'Alsace 79

Les nombres en couleurs

Jean Fromentin & Nicole Toussaint 81

L'instituteur de Thuin (1891-1976)

Gilbert Walusinski 83

Hommage à Jean-Louis Piednoir

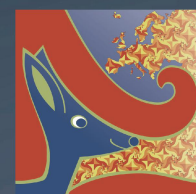
Brigitte Chaput, Michel Henry & Bernard Parzysz 86

Amour et désamour...

Jean-Louis Piednoir 89



CultureMATH



APMEP

www.apmep.fr